

Domácí cvičení pro 13 a 14 týden

1. Rozhodněte, zda jsou následující vektory lineárně nezávislé
 - (a) $\mathbf{u}_1 = (1, -1, 3)$, $\mathbf{u}_2 = (2, 0, 4)$, $\mathbf{u}_3 = (3, 1, 5)$
 - (b) $\mathbf{u}_1 = (1, 3, 0)$, $\mathbf{u}_2 = (2, 1, 1)$, $\mathbf{u}_3 = (0, 1, -1)$
2. Spočtěte determinanty a určete hodnost matic
 - (a)
$$\begin{pmatrix} 0 & -2 & 1 \\ -4 & 5 & -2 \\ 5 & -3 & 1 \end{pmatrix}$$
 - (b)
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 & 1 \\ -2 & 3 & -1 & 4 \\ 4 & 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$
3. Pomocí Frobeniových vět rozhodněte o řešitelnosti rovnice, řešení nalezněte a proved'te zkoušku

$$x + 2y + z = -1$$

$$2x - y + 2z = 3$$

$$-x - y - z = 0$$

Další příklady k procvičení

1. Rozhodněte, zda jsou následující vektory lineárně nezávislé
 $\mathbf{u}_1 = (2, -3, 5)$, $\mathbf{u}_2 = (1, 0, -2)$, $\mathbf{u}_3 = (2, -1, 4)$
2. Pomocí Frobeniových vět rozhodněte o řešitelnosti rovnice, řešení nalezněte a proved'te zkoušku

(a)

$$x + 2y - z = 1$$

$$2x + 3y + z = 2$$

$$x + 3y - 2z = 1$$

(b)

$$2x + y + 3z = 1$$

$$y + 2z = 0$$

$$x + 2y + z = 4$$

3. Spočtěte determinanty a určete hodnost matic

$$(a) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 4 & 0 \\ 3 & 4 & 1 & 5 \\ 1 & -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Uvažujme matici

$$\begin{pmatrix} p & 1 & 1 \\ 1 & 2p & 0 \\ 1 & p & 1 \end{pmatrix}.$$

V závislosti na parametru $p \in \mathbb{R}$ proved'te diskuzi počtu řešení soustavy rovnic $A\vec{x} = \vec{b}$ s vektorem neznámých \vec{x} a vektorem pravých stran $\vec{b} = (1, 0, 0)^T$. Soustavu vyřešte.