(i) Určete $\mathcal{D}(f_i),\ i = 1, \dots, 7$, kde

$$\begin{aligned} f_1 &= g + h \\ f_2 &= g - h \\ f_3 &= gh \\ f_4 &= \frac{g}{h} \\ f_5 &= \frac{h}{g} \\ f_6 &= g \circ h \\ f_7 &= h \circ g \end{aligned}$$

kde

$$g(x) = \sqrt{1-x},\ \ h(x) = \ln x.$$

(ii) Prověřte sudost/lichost funkcí (na přirozeném definičním oboru)

$$\begin{aligned} f_1(x) &= x \sin x \\ f_2(x) &= x^3 \cos x \\ f_3(x) &= x \log x \\ f_4(x) &= \frac{x}{1+x^2} \\ f_5(x) &= x\mathrm{e}^x \\ f_6(x) &= \operatorname{tg} x - x^3 \end{aligned}$$

(iii) (a) Nakreslete graf funkce f definované na $\mathbb{R}$ s vlastnostmi

- f roste na $(-\infty, 1)$ a klesá na $(1, +\infty)$
- $\mathcal{H}(f) = (-5, 2]$.

Určete $f(1)$.

(b) Nakreslete graf 2–periodické funkce g s $\mathcal{D}(g) = \mathbb{R}$, která je na intervalu $[-1, 1)$ definovaná předpisem $1 - x^2$.

(iv) Nakreslete grafy funkcí

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x^2} + 1 & , \quad x > 0, \\ 0 & , \quad x = 0, \\ \sqrt[3]{x+1} & , \quad x < 0; \end{cases}$$

$$g(x) = \begin{cases} 1 - \frac{1}{(x+1)^2} & , \quad x > 0, \\ 2 + \sqrt{-x} & , \quad x \le 0. \end{cases}$$

Nadto rozhodněte a zdůvodněte, jsou-li dané funkce prosté.