

Matematika B

domácí úloha č. 1

1. Jsou dány vektory $\vec{u}_1 = (1, -2, 1, 3)$, $\vec{u}_2 = (0, -5, 2, 5)$, $\vec{u}_3 = (2, 1, 0, 1)$ a $\vec{u}_4 = (-3, -4, 1, 1)$.

- (a) Rozhodněte a zdůvodněte, zda je systém vektorů $\vec{u}_1, \dots, \vec{u}_4$ lineárně závislý či nezávislý.
- (b) Vyberte z daného systému vektorů maximální skupinu lineárně nezávislých vektorů.

2. Je dána matice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

- (a) Určete matici $\mathbf{B} = \mathbf{A}^T \cdot \mathbf{A}$.
- (b) Vysvětlete pojem horní trojúhelníková matice.
- (c) Vysvětlete pojem hodnost matice.
- (d) Jaká je hodnost horní trojúhelníkové matice typu $(3, 4)$?
- (e) Vyjmenujte ekvivalentní úpravy.
- (f) S využitím (b), (c), a (e) určete $h(\mathbf{A})$ a $h(\mathbf{B})$.
3. Diskutujte hodnost matice \mathbf{C} v závislosti na parametru k , $k \in \mathbb{R}$.

$$\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 2 & k & -1 \\ 0 & -2 & 1 \\ 2 & 1 & k \end{pmatrix}$$