

Cvičení z FCH I, 3.10.2025

Náplň cvičení:

Základy termodynamiky

- výpočty ΔU , ΔH , Q a W : pokračování
- změny entalpie s teplotou a s fázovým přechodem
- adiabatický vratný děj & Poissonovy rovnice
- kalorimetrická rovnice

Objemová práce W^{obj} : vratná a nevratná

Vratná

$$p^{\text{vn}} = p = \frac{nRT}{V}$$

$$W^{\text{obj}} = \int_{V_1}^{V_2} (-P^{\text{vn}}) dV$$

Nevratná

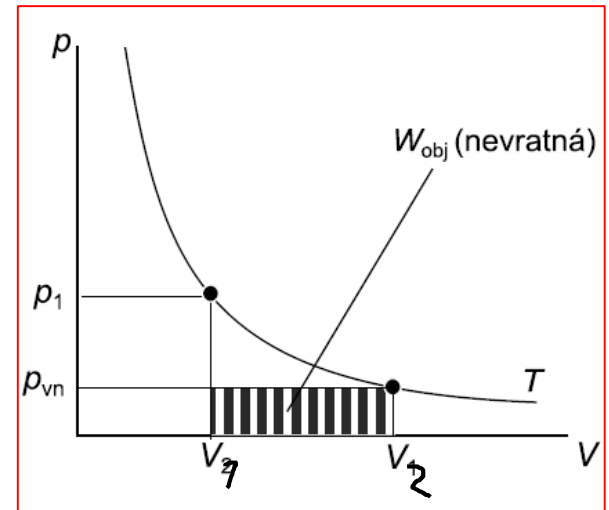
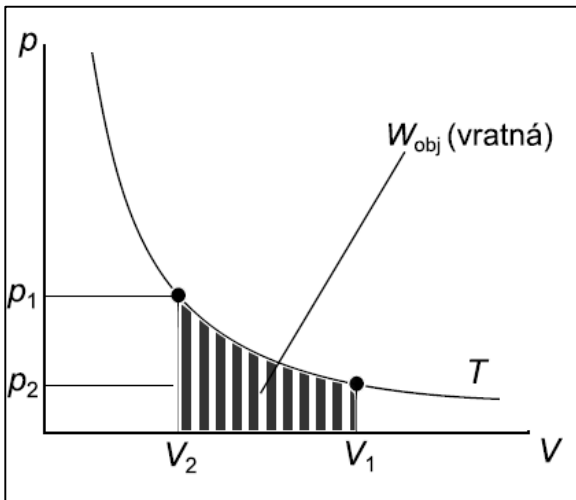
$$p^{\text{vn}} = \text{konst}$$

$$W = - \int_{V_1}^{V_2} P dV = - \int_{V_1}^{V_2} \frac{nRT}{V} dV$$

$$P = \frac{nRT}{V}$$

$$W = - \int P^{\text{vn}} dV = - P^{\text{vn}} \int dV = - P^{\text{vn}} (V_2 - V_1)$$

$$W = - nRT \int_{V_1}^{V_2} \frac{1}{V} dV = - nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$



P11

12 dm³ ideálního plynu expanduje izotermicky (při $T = 313$ K) z počátečního tlaku 1 MPa na tlak 200 kPa. Určete práci, teplo, změnu vnitřní energie a entalpie za předpokladu, že expanze je provedena: a) *vratně*, b) *nevratně* proti stálému tlaku 200 kPa.

$$\textcircled{1} \quad V_1 = 12 \text{ dm}^3 \quad [T]$$

$$T_1 = 313 \text{ K}$$

$$P_1 = 1 \text{ MPa} = 1000 \text{ kPa}$$

$$n_1 = \frac{P_1 V_1}{RT} = 4,61 \text{ mol}$$

$$\textcircled{2} \quad V_2 = ?$$

$$T_2 = T_1 = 313 \text{ K}$$

$$P_2 = 200 \text{ kPa}$$

$$n_2 = n_1 = 4,61 \text{ mol}$$

[T]

$$\Delta U = \Delta H = 0$$

$$\Delta U = 0 = Q + W \Rightarrow Q = -W$$

12 dm³ ideálního plynu expanduje izotermicky (při $T = 313$ K) z počátečního tlaku 1 MPa na tlak 200 kPa. Určete práci, teplo, změnu vnitřní energie a entalpie za předpokladu, že expanze je provedena: a) *vratně*, b) *nevratně* proti stálému tlaku 200 kPa.

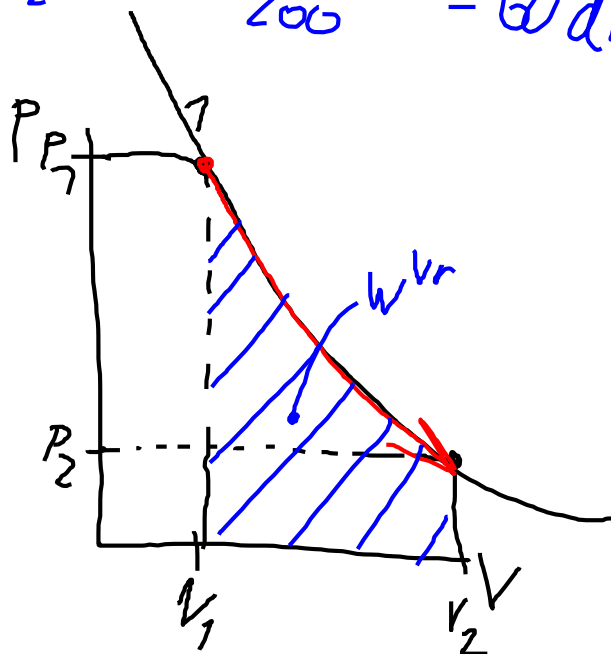
a)
$$W^{vr} = - \int_{V_1}^{V_2} p dV = -nRT \ln \frac{V_2}{V_1} = -4,61 \cdot R \cdot 313 \ln \frac{60}{12} =$$

[P] $\Delta H = Q$

$$V_2 = \frac{nRT_2}{P_2} = \frac{4,61 \cdot R \cdot 313}{200} = 60 \text{ dm}^3$$

$$= -19,3 \text{ kJ}$$

$$Q = -W = +19,3 \text{ kJ}$$

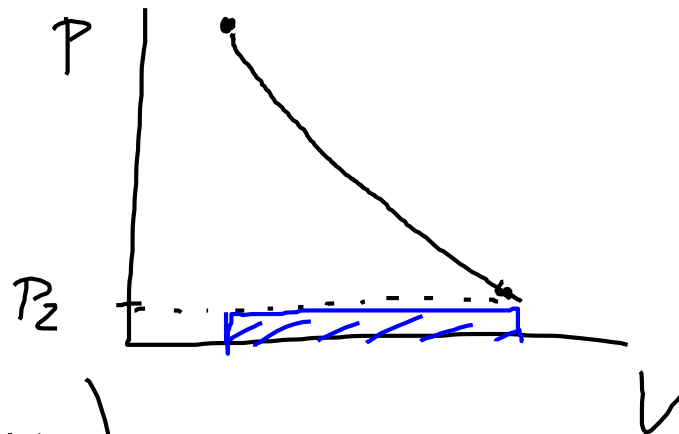


12 dm³ ideálního plynu expanduje izotermicky (při $T = 313$ K) z počátečního tlaku 1 MPa na tlak 200 kPa. Určete práci, teplo, změnu vnitřní energie a entalpie za předpokladu, že expanze je provedena: a) *vratně*, b) *nevratně* proti stálému tlaku 200 kPa.

$$b) W^{nevr} = ?$$

$$W^{nevr} = \int_{V_1}^{V_2} (-P) dV = -P(V_2 - V_1) = -200(60 - 12) = -9,6 \text{ kJ}$$

60 dm³



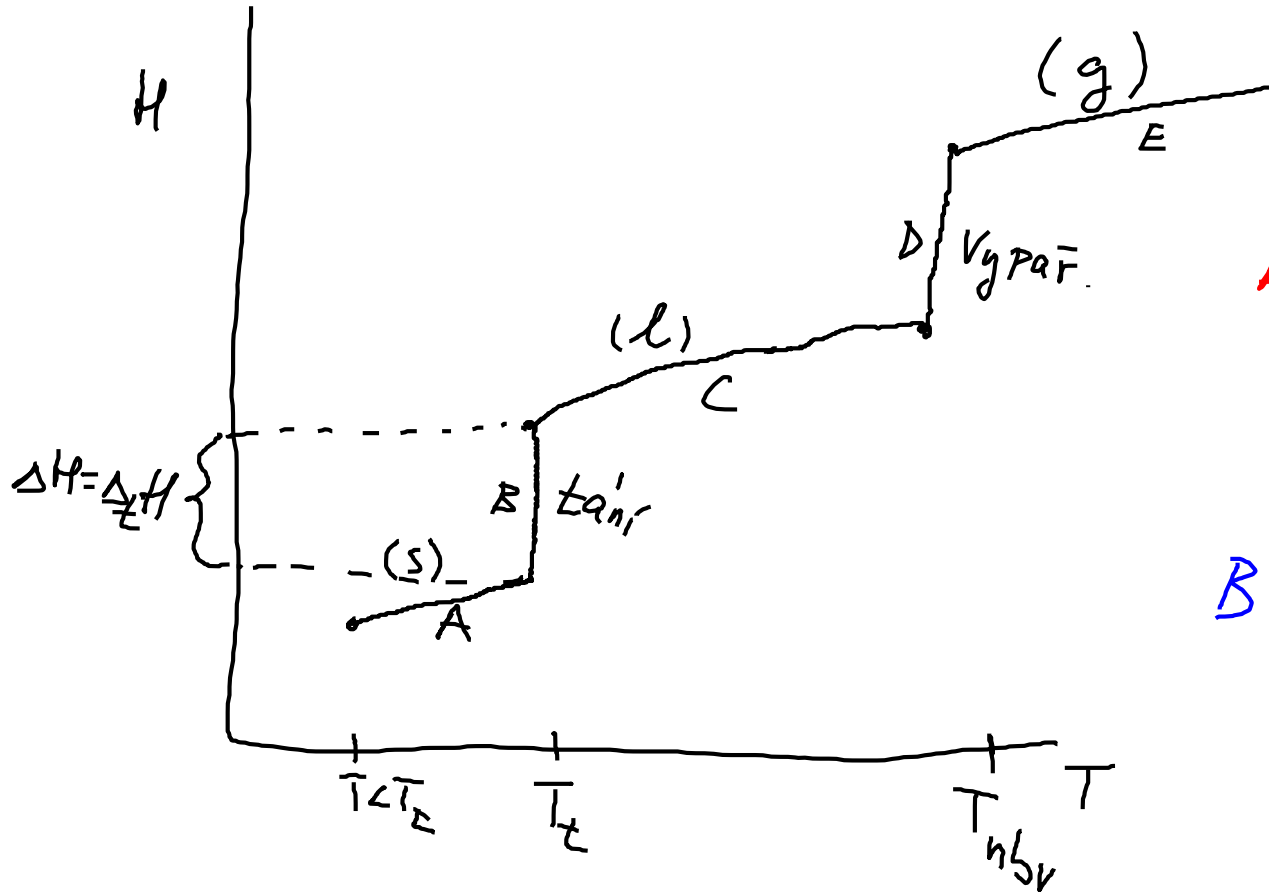
$$Q = -W = +9,6 \text{ kJ}$$

[P]

Změna entalpie s teplotou a s fázovým přechodem

$$\Delta H = Q$$

$$\Delta H = \Delta H^A + \Delta H^B + \dots + \Delta H^E$$



$$A: \Delta H^A = \int_{T < T_c}^{T_c} n C_p(s) dT$$

$$B: \Delta H^B = n \Delta_c H_m$$

P12

Vypočtěte:

- a) teplo potřebné k ohřevu 0,5 kg vody z teploty 10 °C na normální teplotu varu?
 b) teplo potřebné k vypaření 0,5 kg vody při normální teplotě varu?

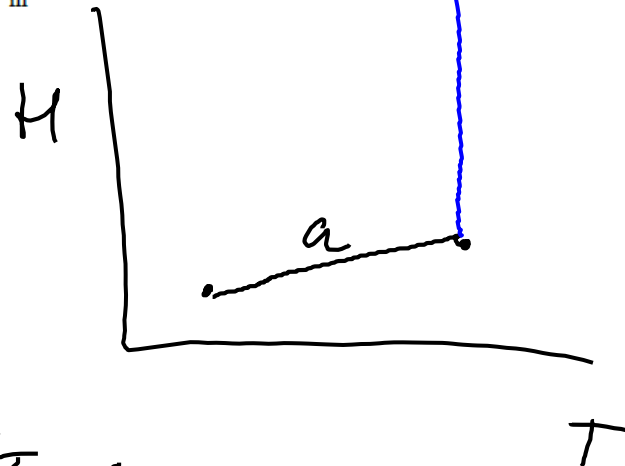
Data: Specifická tepelná kapacita vody

$$C_{p,sp} = 4182 \text{ J K}^{-1} \text{ kg}^{-1}$$

Výparné teplo vody (molární výparná entalpie)

$$\Delta_{\text{vyp}} H_m = 44 \text{ kJ mol}^{-1}$$

$$m = 0,5 \text{ kg} = 500 \text{ g}$$



a) $T_1 = 283,15 \text{ K}$
 $T_{\text{nbr}} = 373,15 \text{ K}$

$$\Delta H^a = \int_{T_1}^{T_{\text{nbr}}} m \cdot C_{p,sp} dT = m \cdot C_{p,sp} (T_{\text{nbr}} - T_1) = 788,2 \text{ kJ}$$

b) $\Delta H^b = \Delta_{\text{vyp}} H = n \cdot \Delta_{\text{vyp}} H_m = \frac{m}{M} \Delta_{\text{vyp}} H_m = 7222 \text{ kJ} = 7,2 \text{ MJ}$

Vypočítejte kolik tepla bude potřeba k ohřevu

- a) 1 kg grafitu (uhlíku) z -10 na $+10$ °C
 b) 1 kg ledu z -10 na $+10$ °C

Data: Teplotní závislost molární tepelné kapacity $C_{pm} / (\text{J K}^{-1} \text{mol}^{-1}) = a + bT = a + bT$

Látka	a	$b \cdot 10^3$
C (grafit)	8,53	0
H ₂ O (s) led	37,1	0
H ₂ O (l) kapalná voda	83,24	-26,96

$\neq C_p(T)$
 $\neq C_p(T)$
 $= C_p(T)$

Molární entalpie tání H₂O: $\Delta_{\text{tání}} H_m = 6,01 \text{ kJ mol}^{-1}$

a) $m = 1 \text{ kg}$ $T_1 = 263,15 \text{ K}$, $T_2 = 283,15 \text{ K}$

$$\Delta H = \int_{T_1}^{T_2} n \cdot C_{pm} dT = n C_{pm} (T_2 - T_1) = \frac{m}{M} C_{pm} (T_2 - T_1) = 14,277 \text{ kJ}$$

$M_{\text{gr}} = 12 \text{ g/mol}$

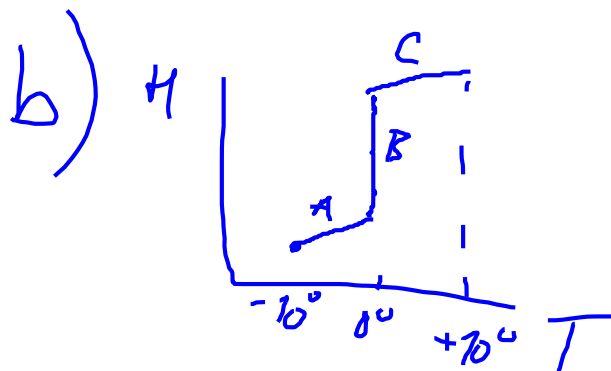
Vypočtěte kolik tepla bude potřeba k ohřevu

- a) 1 kg grafitu (uhlíku) z -10 na $+10$ °C
 b) 1 kg ledu z -10 na $+10$ °C

Data: Teplotní závislost molární tepelné kapacity $C_{pm} / (\text{J K}^{-1} \text{mol}^{-1}) = a + bT$

Látka	a	$b \cdot 10^3$
C (grafit)	8,53	0
H ₂ O (s) led	37,1	0
H ₂ O (l) kapalná voda	83,24	-26,96

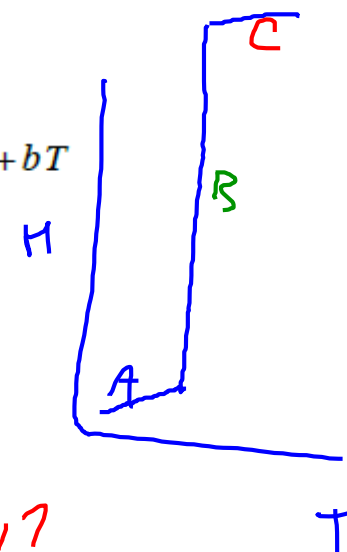
Molární entalpie tání H₂O: $\Delta_{\text{tání}} H_m = 6,01 \text{ kJ mol}^{-1}$



$$\Delta H = \overset{20,6}{\Delta H^A} + \overset{334}{\Delta H^B} + \overset{42,7}{\Delta H^C}$$

$$\Delta H^A = \int_{T_1}^{T_2} n C_{pm}^{(s)} dT = \frac{m}{M} C_{pm}^{(s)} (T_2 - T_1) = 20,6 \text{ kJ}$$

$$\Delta H^B = n \Delta_{\text{tání}} H_m = \frac{m}{M} \Delta_{\text{tání}} H_m = 334 \text{ kJ}$$



P13

Vypočtěte kolik tepla bude potřeba k ohřevu

a) 1 kg grafitu (uhlíku) z -10 na $+10$ °Cb) 1 kg ledu z -10 na $+10$ °CData: Teplotní závislost molární tepelné kapacity $C_{pm}/(\text{J K}^{-1}\text{mol}^{-1}) = a + bT$

Látka	a	$b \cdot 10^3$
C (grafit)	8,53	
H ₂ O (s) led	37,1	
H ₂ O (l) kapalná voda	83,24	-26,96

Molární entalpie tání H₂O: $\Delta_{\text{tání}} H_m = 6,01 \text{ kJ mol}^{-1}$

$$b \cdot 10^3 = -26,96$$

$$b = -26,96 \cdot 10^{-3}$$

$$\begin{aligned} \Delta H^C &= \int_{T_l}^{T_3} \frac{m}{M} C_p^{(l)} dT = \frac{m}{M} \int_{T_l}^{T_3} (a + bT) dT = \frac{m}{M} \left[\int a dT + \int bT dT \right] = \\ &= \frac{m}{M} \left[a(T_3 - T_l) + b \left(\frac{T_3^2}{2} - \frac{T_l^2}{2} \right) \right] = \frac{1000}{12} \left[83,24 \cdot 10 + (-26,96 \cdot 10^{-3}) \cdot \left(\frac{283,15^2}{2} - \frac{273,15^2}{2} \right) \right] = 42,1 \text{ kJ} \end{aligned}$$

Adiabatický vratný děj

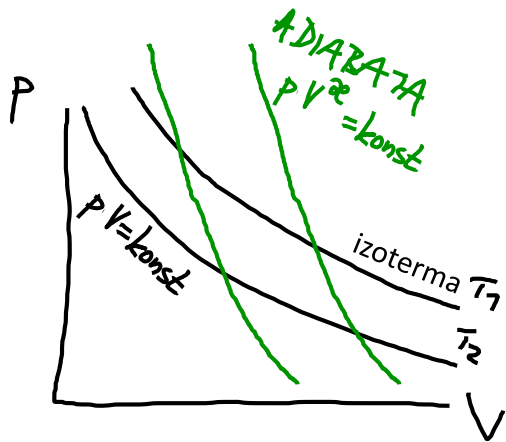
$$[Q=0] [ad.]$$

$T, P, V \dots$ mění se

$$\Delta U = \cancel{Q} + W^{obj}$$

$$\Delta U = W^{obj}$$

$$\int_{T_1}^{T_2} n C_{V,m} dT = -nRT \ln \frac{V_2}{V_1}$$



Adiabatický vratný děj

Podmínky platnosti:

id. plyn
vratný
 $C_{vm} \neq f(T)$

Poissonovy rovnice:

$$p \cdot V^{\gamma} = \text{konst}$$

$$p_1 V_1^{\gamma} = p_2 V_2^{\gamma} = \dots = p_n V_n^{\gamma}$$

$$T \cdot V^{\gamma-1} = \text{konst}$$

$$T \frac{1-\gamma}{\gamma} p^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = \text{konst}$$

$$T_1 p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 p_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$\gamma = \frac{C_{pm}}{C_{vm}}$$

Mayer: $C_{pm} - C_{vm} = R$; $\gamma = \frac{C_{vm} + R}{C_{vm}}$

17. Adiabatická vratná komprese, výpočet teploty a tlaku z kompresní práce

Jeden mol argonu, o kterém budeme předpokládat, že se chová jako ideální plyn, byl adiabaticky vratně stlačen z tlaku 100 kPa na tlak p_2 . Počáteční teplota byla $T_1 = 300$ K. Kompresní práce činila $W = 1250$ J mol⁻¹. Vypočtěte teplotu T_2 a tlak p_2 . Pro tepelnou kapacitu argonu použijte hodnotu $C_{vm}^\ominus = 1,5 R. = 1,5 \cdot 8,3145$

$$\textcircled{1} \quad p_1 = 100 \text{ kPa}$$

$$T_1 = 300 \text{ K}$$

$$\textcircled{2} \quad p_2 = ? \quad 205,1 \text{ kPa}$$

$$T_2 = ? \quad 400,23 \text{ K}$$

$$W = +1250 \text{ J}$$

$$\Delta U = W$$

$$\int_{T_1}^{T_2} n C_{vm} dT = W$$

$$n C_{vm} (T_2 - T_1) = W \Rightarrow T_2 = T_1 + \frac{W}{n \cdot C_{vm}} = 400,23 \text{ K}$$

17. Adiabatická vratná komprese, výpočet teploty a tlaku z kompresní práce

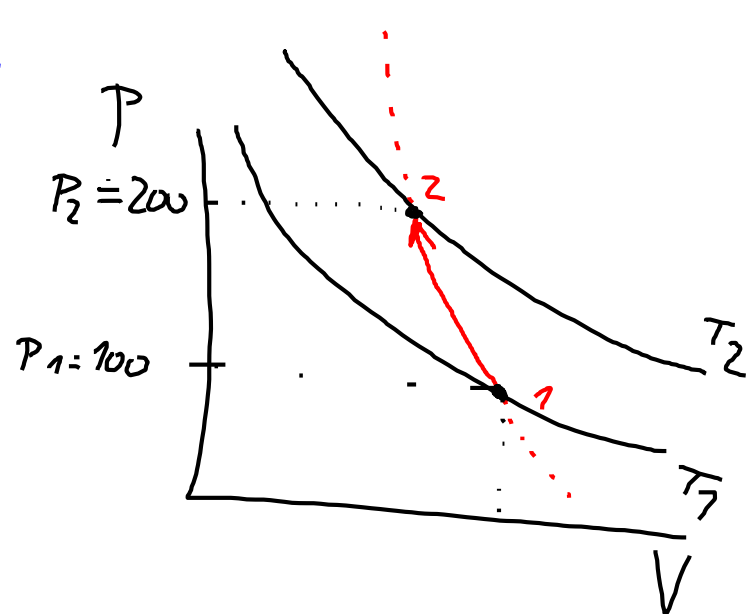
Jeden mol argonu, o kterém budeme předpokládat, že se chová jako ideální plyn, byl adiabaticky vratně stlačen z tlaku 100 kPa na tlak p_2 . Počáteční teplota byla $T_1 = 300$ K. Kompresní práce činila $W = 1250 \text{ J mol}^{-1}$. Vypočítejte teplotu T_2 a tlak p_2 . Pro tepelnou kapacitu argonu použijte hodnotu $C_{vm}^\ominus = 1,5 R$.

$$T_1 \cdot p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} = T_2 \cdot p_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma}}$$

$$T_1^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} p_1^{\frac{1-\gamma}{\gamma} \cdot \frac{\gamma}{1-\gamma}} = T_2^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} p_2^{\frac{1-\gamma}{\gamma} \cdot \frac{\gamma}{1-\gamma}}$$

$$\Rightarrow p_2 = p_1 \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{\frac{\gamma}{1-\gamma}} = 100 \left(\frac{300}{400,23} \right)^{\frac{1,67}{1-1,67}} = 205,7 \text{ kPa}$$

$$\gamma = \frac{C_{pm}}{C_{vm}} = \frac{C_{vm} + R}{C_{vm}} = \frac{1,5R + R}{1,5R} = 1,67$$



Kalorimetrická rovnice

= jaká výsledná teplota se ustaví po „smíchání“ více systémů o různých počátečních teplotách

P15

Příklad. Do litru vody ($V = 1 \text{ dm}^3$) o teplotě $t_{\text{voda}} = 20^\circ\text{C}$ bylo vhozeno $m = 30 \text{ g}$ železa o teplotě $t_{\text{Fe}} = 500^\circ\text{C}$. Za předpokladu, že systém je izolovaný, vypočítejte výslednou teplotu. Měrná tepelná kapacita (vztahovaná na gram) kapalně vody je $C_{p,\text{sp}}(\text{H}_2\text{O}) = 4,2 \text{ J K}^{-1} \text{ g}^{-1}$, měrná tepelná kapacita železa $C_{p,\text{sp}}(\text{Fe}) = 0,44 \text{ J K}^{-1} \text{ g}^{-1}$. Hustota kapalně vody je $\rho = 1 \text{ g cm}^{-3}$.

[P]

$$Q = 0 = \Delta H = \Delta H_{\text{H}_2\text{O}} + \Delta H_{\text{Fe}} = 0$$

$$\Delta H_{\text{H}_2\text{O}} = -\Delta H_{\text{Fe}}$$

$$\int_{T_{\text{H}_2\text{O}}}^{T_x} m_{\text{H}_2\text{O}} C_{p,\text{sp},\text{H}_2\text{O}} dT = - \int_{T_{\text{Fe}}}^{T_x} m_{\text{Fe}} C_{p,\text{sp},\text{Fe}} dT$$

$$m_{\text{H}_2\text{O}} C_{p,\text{sp},\text{H}_2\text{O}} (\underline{T_x} - T_{\text{H}_2\text{O}}) = -m_{\text{Fe}} C_{p,\text{sp},\text{Fe}} (\underline{T_x} - T_{\text{Fe}})$$

$$\underline{T_x} = 294,65 \text{ K} = 21,5^\circ\text{C}$$