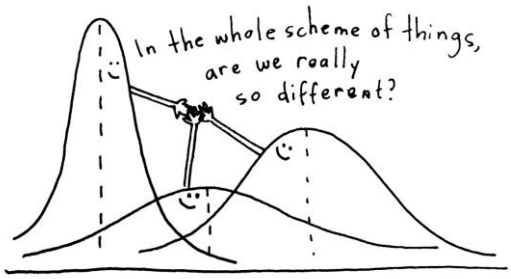
ANALYTICKÁ CHEMOMETRIE

testování hypotéz



Patrik Kania
Ústav analytické chemie, VŠCHT Praha

21. 10. 2025

Testování hypotéz (angl. *statistical hypothesis testing*)

- nejpoužívanější metoda pro stanovení úsudku o ZS
- zkoumá vybrané vlastnosti ZS na základě výběru

postup testování:

1) formulace výroku - statistické hypotézy - např. $\mu = 70$ %

2) testování hypotézy pomocí testovacího kritéria

3) formulace výstupního výroku - např. $\mu \neq 70$ %

Vždy jsme nuceni pracovat v určité nejistotě (neurčitosti)!

- výroky nemají absolutní platnost, ale pouze určitou spolehlivost

Druhy hypotéz

Pro každý test musíme formulovat nulovou a alternativní hypotézu:

Nulová hypotéza H_0 (angl. *null hypothesis*)

- testovaná hypotéza
- platí, pokud nemáme dostatečný statistický důkaz její neplatnosti

Alternativní hypotéza H_1 (angl. *alternative hypothesis*)

- hypotéza platící po zamítnutí platnosti nulové hypotézy

H_0 a H_1 musí být formulovány tak, aby nebyla možná žádná „třetí možnost“.

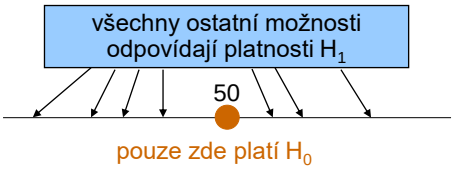
Buď platí H_0 nebo H_1, nic dalšího není možné.

Druhy hypotéz

Hypotézy se mohou formulovat jako oboustranné, nebo jako jednostranné.

Oboustranná hypotéza:
(angl. *two-sided hypothesis*)

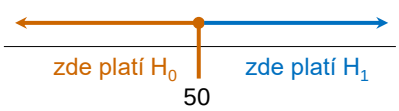
H_0: $\mu = 50$ H_1: $\mu \neq 50$



Jednostranná hypotéza:
(angl. *one-sided hypothesis*)

H_0: $\mu \leq 50$ H_1: $\mu > 50$

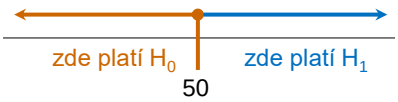
(H_0: $\mu \geq 50$ H_1: $\mu < 50$)
(H_0: $\mu = 50$ H_1: $\mu < 50$)



Princip testování

Př. Budeme testovat hypotézu H_0: $\mu \leq 50$ proti H_1: $\mu > 50$

Předpokládáme tedy, že základní soubor má střední hodnotu $\mu \leq 50$. Jedná se tedy o jednostrannou hypotézu. Pro všechny hodnoty μ menší nebo rovné 50 platí H_0, pro ostatní hodnoty H_1.



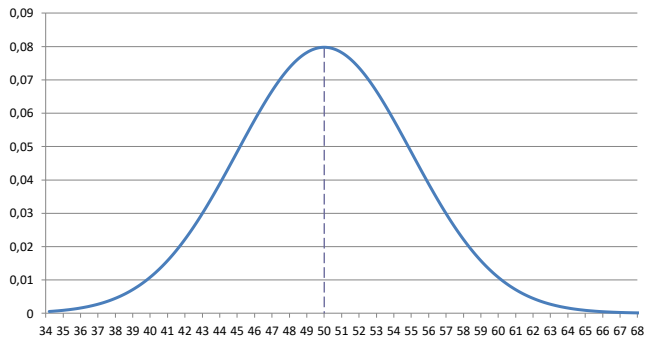
Problém:

- neznáme (a nikdy znát nebudeme) celý ZS
- k dispozici máme pouze jeho podmnožinu - výběrový soubor (VS)

Princip testování

Jak by vypadala data, pokud by platila nulová hypotéza?

Jednalo by se o normální rozdělení se střední hodnotou $\mu \leq 50$.
(pro přehlednost je zde zakreslena jenom možnost $\mu = 50$)

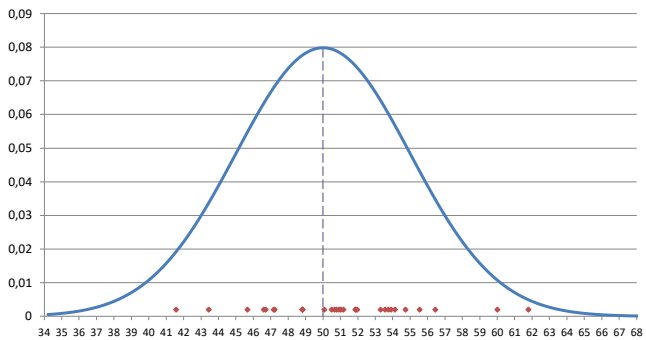


Princip testování

Naměříme data - zisk výběrového souboru (červené body)

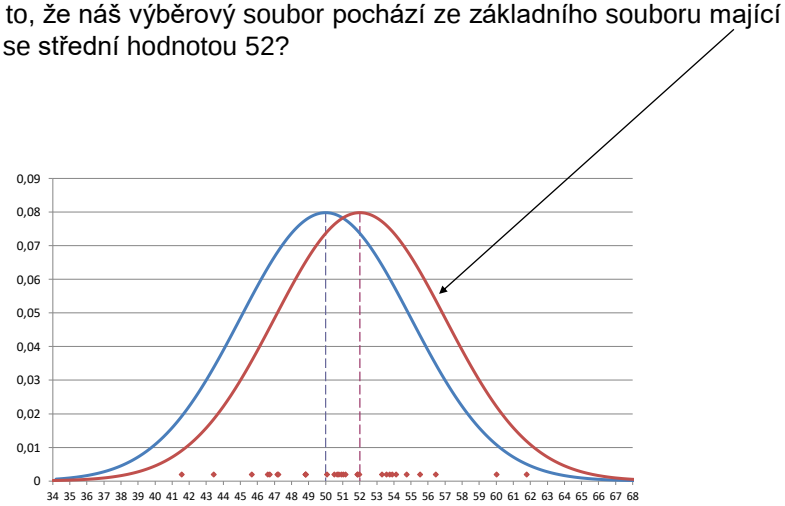
a

výpočtem zjistíme, že výběrový průměr je přibližně 52.



Princip testování

Znamená to, že náš výběrový soubor pochází ze základního souboru mající rozdělení se střední hodnotou 52?



Princip testování

Otázka nyní zní:

Je odchylka teoretického (modrého) a experimentálního (červeného) rozdělení tak velká, že nulovou hypotézu mohu s dostatečnou spolehlivostí zamítnout?
(potom bychom zamítli nulovou hypotézu a „věřili“ v platnost alternativní)

nebo

Je odchylka mezi teoretickým a experimentálním rozdělením natolik malá (pouze náhodně daná naším konkrétním výběrem), že nemůžeme s dostatečnou prstí vyloučit, že kdybychom měřili velký („nekonečný“) počet hodnot, získali bychom rozdělení odpovídající teoretickému?
(potom bychom nemohli nulovou hypotézu zamítnout)

Princip testování

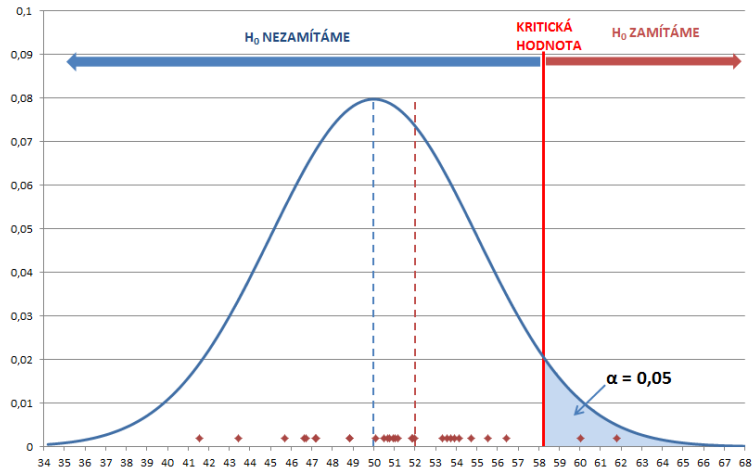
Podstatou testu je tedy rozhodnutí, zda s „dostatečnou“ spolehlivostí můžeme zamítnout tvrzení obsažené v nulové hypotéze.

Onu „dostatečnou“ spolehlivost si určujeme sami, obvykle 95 %.

Nulovou hypotézu tedy zamítneme pouze tehdy, pokud data z VS umožňují toto zamítnutí učinit s pravděpodobností vyšší než 95 %.

Musíme si tedy stanovit jednoznačnou hranici - kritickou hodnotu, která nám určí, v jakém intervalu možných hodnot testované proměnné se přikloníme k zamítnutí nulové hypotézy a v jakém intervalu k tomu ještě nebudeme mít dostatečně silný „statistický důkaz“ (dostatečně silnou spolehlivost).

Princip testování



Princip testování

Kritická hodnota vs. testovací kritérium (hodnota vypočítaná z VS)

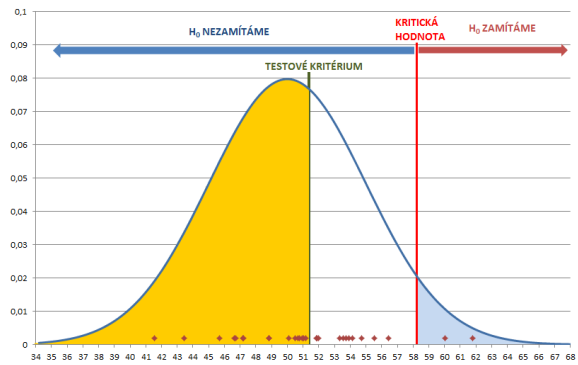
$TK \leq KH$	$\Rightarrow$ nezamítáme nulovou hypotézu
$TK > KH$	$\Rightarrow$ zamítáme nulovou hypotézu

Testovací kritérium (testovací statistika)

- je náhodná veličina
- stanovuje se dle vzorce specifického pro daný test

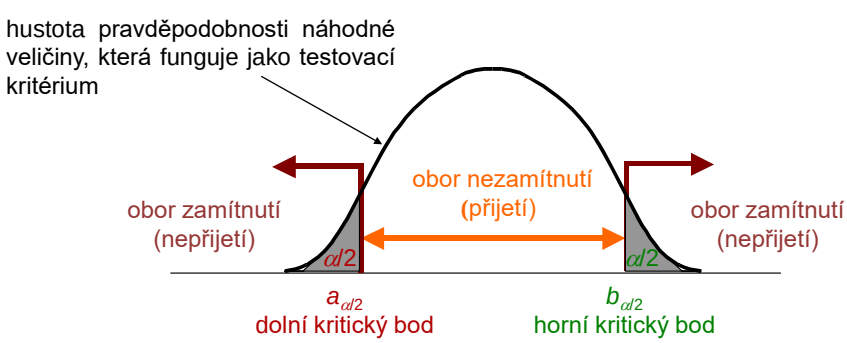
Princip testování

TK také vymezuje maximální pravděpodobnost, s jakou můžeme nulovou hypotézu zamítnout (plocha nalevo od TK pod teoretickým rozdělením).

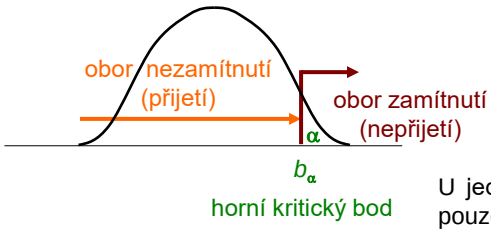


Testovací kritérium pro oboustranný test

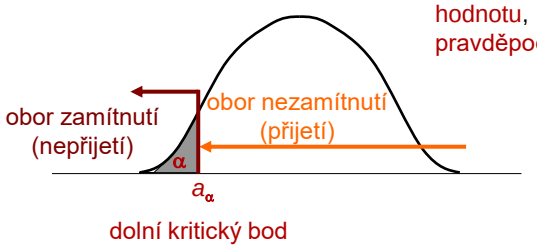
U oboustranného testu (je nejčastější) používáme dvě kritické hodnoty, které určujeme na základě pravděpodobnosti $\alpha/2$.



Testovací kritérium pro jednostranný test



U jednostranného testu (který používáme pouze v případech testování, zda nějaká hodnota přesáhla v ZS zadanou hranici, normu apod.) používáme jednu kritickou hodnotu, kterou určujeme na základě pravděpodobnosti α.



Chyby testu

chyba I. druhu (α) (angl. *type I error*)

- někdy označována jako hladina testu (je volena)
- pravděpodobnost, že test zamítne hypotézu, která ve skutečnosti platí.

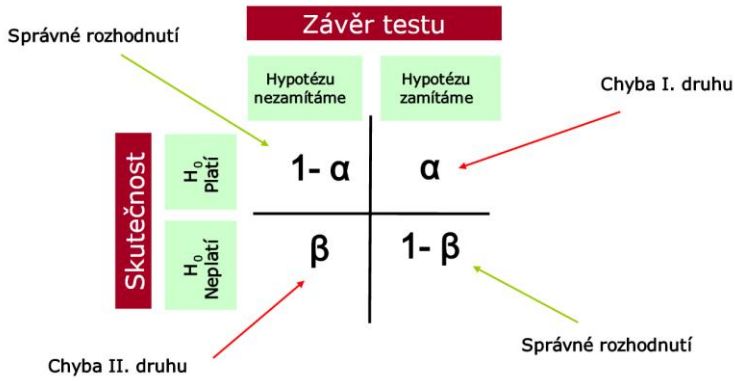
chyba II. druhu (β) (angl. *type II error*)

- její velikost neznáme
- pravděpodobnost, že test nezamítne hypotézu, která ve skutečnosti neplatí.

síla testu ($1-\beta$) (angl. *power of a test*)

- pravděpodobnost, že test správně zamítne hypotézu, která ve skutečnosti neplatí.

Chyby testu



Volba hypotézy

zamítnutí H_0

- výrok o neplatnosti H_0 má značnou váhu, protože kdyby zamítnutá H_0 ve skutečnosti platila, byla prst naměření výběru na jehož základě jsme H_0 zamítli velmi malá (rovná α) $\rightarrow$ velmi nepravděpodobná situace

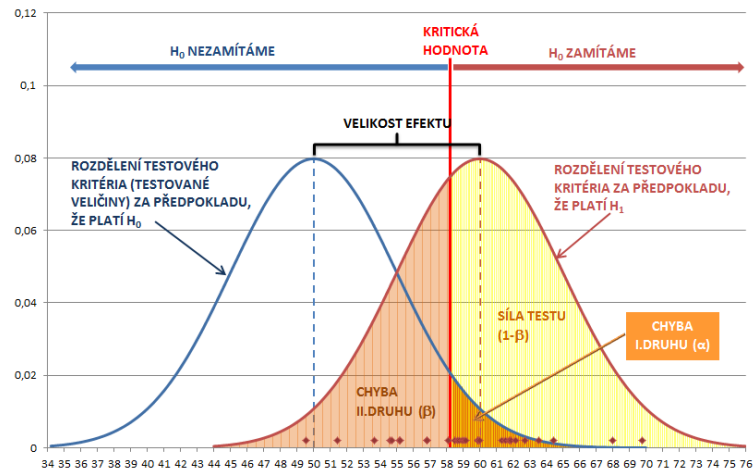
nezamítnutí H_0

- výrok o platnosti H_0 má zpravidla daleko menší váhu, protože kdyby H_0 ve skutečnosti neplatila, mohli jsme ji omylem přijmout s poměrně velkou prstí β

rozdílné postavení obou hypotéz!

Z důvodu rozdílného postavení H_0 a H_1 se často jako alternativní volí ta hypotéza, které více věříme. Pokud v testu zamítneme nulovou hypotézu H_0, znamená to, že s rizikem chyby I. druhu α získáváme statistické důkazy ve prospěch hypotézy H_1, které jsme na začátku více důvěřovali.

Chyby testu



Obecný postup testování

1) formulace nulové hypotézy (H_0) a alternativní hypotézy (H_1)

2) volba hladiny významnosti - α (chyby I. druhu)

3) volba testu a testového kritéria

4) určení kritického oboru (oboru nepřijetí) testového kritéria na základě jeho rozdělení pravděpodobnosti a hladiny významnosti α

5) rozhodnutí o výsledku testu, tj. zda
   - zamítnout nulovou hypotézu (jestliže vypočítaná hodnota testového kritéria padne do oboru nepřijetí),
   - nezamítnout nulovou hypotézu (jestliže vypočítaná hodnota testového kritéria padne do oboru přijetí).

Jednovýběrový t-test o střední hodnotě μ (tzv. test správnosti)

(angl. *one-sample t-test*)

- slouží k porovnání střední hodnoty s určitou deklarovanou (správnou) hodnotou

testování hypotézy $\mu = \mu_0$

H_0: $\mu = \mu_0$ H_1: $\mu \neq \mu_0$

$$TK = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s}\sqrt{n}$$

pokud $|TK| > t_{(\alpha/2,\, n-1)}$ hypotézu H_0 zamítáme

$t_{(\alpha/2,\, n-1)}$ je oboustranná kritická hodnota Studentova rozdělení pro hladinu významnosti α a $n-1$ stupňů volnosti

<u>Příklad:</u> Na základě vybraných vzorků a výsledků jejich analýz rozhodněte, zda při výrobě H_2SO_4 byla či nebyla dodržena norma hmotnostního obsahu 90 %. Rozhodnutí učiňte s 10% rizikem chyby 1. druhu. Náhodným výběrem jsme získali následující hodnoty koncentrací (v %):

88, 94, 94, 95, 91, 96 $n = 6$ $\bar{x} = 93$ $s = 2{,}966$

H_0: $\mu = 90$ H_1: $\mu \neq 90$

$$TK = \frac{93 - 90}{2{,}966}\sqrt{6} = 2{,}478$$

$|2{,}478| > t_{(0{,}05,\, 6-1)}$
$|2{,}478| > 2{,}015$

hypotézu H_0 lze zamítnout

$t_{(\alpha/2,\, n-1)}$ je oboustranná kritická hodnota Studentova rozdělení pro hladinu významnosti α a $n-1$ stupňů volnosti

další varianty:

testování hypotézy $\mu \leq \mu_0$

H_0: $\mu \leq \mu_0$ H_1: $\mu > \mu_0$

$$TK = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s}\sqrt{n}$$

pokud $TK > t_{(\alpha,\, n-1)}$

hypotézu H_0 zamítáme

testování hypotézy $\mu \geq \mu_0$

H_0: $\mu \geq \mu_0$ H_1: $\mu < \mu_0$

$$TK = \frac{\bar{x} - \mu_0}{s}\sqrt{n}$$

pokud $TK < -t_{(\alpha,\, n-1)}$

hypotézu H_0 zamítáme

$t_{(\alpha,\, n-1)}$ je jednostranná kritická hodnota Studentova rozdělení pro hladinu významnosti α a $n-1$ stupňů volnosti

Jednovýběrový test rozptylu σ^2 (test preciznosti)

(angl. *chi-square test for the variance*)

- slouží k porovnání rozptylu s určitou hodnotou preciznosti

testování hypotézy $\sigma^2 = \sigma_0^2$

H_0: $\sigma^2 = \sigma_0^2$ H_1: $\sigma^2 \neq \sigma_0^2$

$$TK = \frac{(n-1)\cdot s^2}{\sigma_0^2}$$

pokud $TK > \chi^2_{(\frac{\alpha}{2},\, n-1)}$ nebo

$TK < \chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2},\, n-1)}$

pak hypotézu H_0 zamítáme

$\chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2},\, n-1)}$ a $\chi^2_{(\frac{\alpha}{2},\, n-1)}$ je dolní a horní kritická hodnota chí-kvadrát rozdělení pro hladinu významnosti α a $n-1$ stupňů volnosti

<u>Příklad:</u> Při výrobě H_2SO_4 byl dlouhodobě pozorovaný rozptyl koncentrace kyseliny v jednotlivých várkách $\sigma^2 = 10$. Poté se prováděla generální oprava a seřízení celého výrobního zařízení. Zajímá nás, zda se tím nezměnila (nezvětšila či nezmenšila) variabilita v koncentraci kyseliny (rozptyl této koncentrace). Rozhodnutí proveďte na základě 9 změřených koncentrací v 9 várkách kyseliny, vyrobených po generální opravě, a hladině významnosti 0,05.

86, 88, 90, 87, 85, 86, 84, 88, 89 $\bar{x} = 87$ $\sigma_0^2 = 10$ $s^2 = 3{,}75$

H_0: $\sigma^2 = 10$ H_1: $\sigma^2 \neq 10$

$$\boxed{TK = \frac{(9-1)\cdot 3{,}75}{10} = 3}$$

$3 < \chi^2_{(0{,}025,\,8)} = 17{,}53$ nebo

$3 > \chi^2_{(0{,}975,\,8)} = 2{,}18$

hypotézu H_0 nelze zamítnout

$\chi^2_{(1-\frac{\alpha}{2},\,n-1)}$ a $\chi^2_{(\frac{\alpha}{2},\,n-1)}$ je dolní a horní kritická hodnota chí-kvadrát rozdělení pro hladinu významnosti α a n–1 stupňů volnosti

další varianty:

testování hypotézy $\sigma^2 \leq \sigma_0^2$

H_0: $\sigma^2 \leq \sigma_0^2$ H_1: $\sigma^2 > \sigma_0^2$

$$\boxed{TK = \frac{(n-1)\cdot s^2}{\sigma_0^2}}$$

pokud $TK > \chi^2_{(\alpha,\,n-1)}$

hypotézu H_0 zamítáme

testování hypotézy $\sigma^2 \geq \sigma_0^2$

H_0: $\sigma^2 \geq \sigma_0^2$ H_1: $\sigma^2 < \sigma_0^2$

$$\boxed{TK = \frac{(n-1)\cdot s^2}{\sigma_0^2}}$$

pokud $TK < \chi^2_{(1-\alpha,\,n-1)}$

hypotézu H_0 zamítáme

$\chi^2_{(1-\alpha,\,n-1)}$ a $\chi^2_{(\alpha,\,n-1)}$ je dolní a horní kritická hodnota chí-kvadrát rozdělení pro hladinu významnosti α a n–1 stupňů volnosti

1. zápočtový test - řešení varianty B

Při posuzování kvality výroby střelného prachu je sledována viskozita nitrocelulózy, jež je jednou ze složek při jeho výrobě. Náhodný výběr měření viskozity nitro-celulózových vláken poskytl následující výsledky:

5,03 5,39 6,33 5,92 5,43 5,83 6,37 5,61 6,05 6,57

Na hladině spolehlivosti 95 % určete, zda maximální rozptyl základního souboru je 0,23.

$s^2 = 0{,}2425$ $n = 10$ $\chi^2_{0{,}05;9} = 16{,}919$

řešení pomocí intervalu

levostranný odhad $\langle L_1, \infty \rangle$

$$L_1 = \frac{(n-1)\cdot s^2}{\chi^2_{(\alpha,n-1)}} = \frac{(10-1)\cdot 0{,}2425}{\chi^2_{(0{,}05,9)}} = 0{,}1290$$

hodnota 0,23 leží uvnitř intervalu

$\Downarrow$

s 95% spolehlivostí platí $\sigma^2 \leq 0{,}23$

řešení pomocí testu

H_0: $\sigma^2 \leq 0{,}23$ H_1: $\sigma^2 > 0{,}23$

$$TK = \frac{(n-1)\cdot s^2}{\sigma_0^2} = \frac{(10-1)\cdot 0{,}2425}{0{,}23} = 9{,}48$$

jelikož 9,48 < 16,919 H_0 nelze zamítnout

1. zápočtový test - řešení varianty B – změna zadání

Při posuzování kvality výroby střelného prachu je sledována viskozita nitrocelulózy, jež je jednou ze složek při jeho výrobě. Náhodný výběr měření viskozity nitro-celulózových vláken poskytl následující výsledky:

4,40 5,39 6,33 5,92 5,43 5,83 6,37 5,61 6,05 6,77

Na hladině spolehlivosti 95 % určete, zda maximální rozptyl základního souboru je 0,23.

$s^2 = 0{,}4361$ $n = 10$ $\chi^2_{0{,}05;9} = 16{,}919$

řešení pomocí intervalu

levostranný odhad $\langle L_1, \infty \rangle$

$$L_1 = \frac{(n-1)\cdot s^2}{\chi^2_{(\alpha,n-1)}} = \frac{(10-1)\cdot 0{,}2425}{\chi^2_{(0{,}05,9)}} = 0{,}2320$$

hodnota 0,23 neleží uvnitř intervalu

$\Downarrow$

s 95% spolehlivostí neplatí $\sigma^2 \leq 0{,}23$

řešení pomocí testu

H_0: $\sigma^2 \leq 0{,}23$ H_1: $\sigma^2 > 0{,}23$

$$TK = \frac{(n-1)\cdot s^2}{\sigma_0^2} = \frac{(10-1)\cdot 0{,}2425}{0{,}23} = 17{,}06$$

jelikož 17,06 > 16,919 H_0 lze zamítnout

Dvouvýběrový F-test o rozptylu (test homogenity rozptylů)

(angl. *F-test*)

testování hypotézy $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

H_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ H_1: $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

2 nezávislé soubory:

$N(\mu_1, \sigma_1^2)$ výběr n_1 prvků $\rightarrow s_1^2$

$N(\mu_2, \sigma_2^2)$ výběr n_2 prvků $\rightarrow s_2^2$

$$\boxed{TK = \frac{s_1^2}{s_2^2}}$$

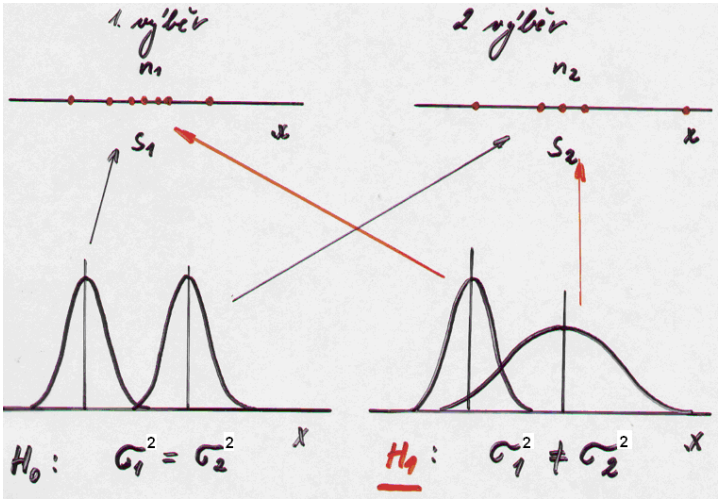
do čitatele vždy dosazujeme ten výběrový rozptyl, který je z té dvojice větší!

TK je vždy ≥ 1

pokud $TK > F_{(\frac{\alpha}{2}, n_1-1, n_2-1)}$

hypotézu H_0 zamítáme

$F_{(\frac{\alpha}{2}, n_1-1, n_2-1)}$ je horní kritická hodnota F-rozdělení pro hladinu významnosti α, n_1–1 a n_2–1 stupňů volnosti



<u>Příklad:</u> Pro stanovení niklu v posluchačských laboratořích byly připraveny dva neznámé vzorky. Vykazují tyto dva vzorky stejnou variabilitu výsledků hmotnostního obsahu niklu? Svůj úsudek proveďte na základě tří opakovaných výsledků každého vzorku a hladině $\alpha = 0{,}05$.

vzorek 4:	6,20; 6,18; 6,30	$s_1 = 0{,}0643$
vzorek 11:	5,62; 5,54; 5,45	$s_2 = 0{,}0850$

H_0: $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ H_1: $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$

$$\boxed{TK = \frac{s_2^2}{s_1^2} = \frac{(0{,}0850)^2}{(0{,}0643)^2} = 1{,}747}$$

TK vs. $F_{(0{,}025;2;2)}$

$1{,}747 < 39{,}0$

hypotéza H_0 zůstává *"platná"*, ale chyba β bude zřejmě dost velká

$F_{(0{,}025;\,2;\,2)}$ je horní kritická hodnota F-rozdělení pro hladinu významnosti 0,05, n_1–1 a n_2–1 stupňů volnosti

další varianty:

testování hypotézy $\sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$

H_0: $\sigma_1^2 \leq \sigma_2^2$ H_1: $\sigma_1^2 > \sigma_2^2$

$$\boxed{TK = \frac{s_1^2}{s_2^2}}$$

testování hypotézy $\sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$

H_0: $\sigma_1^2 \geq \sigma_2^2$ H_1: $\sigma_1^2 < \sigma_2^2$

$$\boxed{TK = \frac{s_1^2}{s_2^2}}$$

POZOR !
do čitatele vždy dosazujeme rozptyl 1. výběru

pokud $TK > F_{(\alpha,\, n_1-1,\, n_2-1)}$

hypotézu H_0 zamítáme

pokud $TK < \frac{1}{F_{(\alpha,\, n_2-1,\, n_1-1)}}$

hypotézu H_0 zamítáme

$F_{(\alpha,\, n_1-1,\, n_2-1)}$ je kritická hodnota F-rozdělení pro hladinu významnosti α, n_1–1 a n_2–1 stupňů volnosti

Dvouvýběrový t-test rovnosti středních hodnot (verze pro $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$)

(angl. *two-sample t-test*)

testování hypotézy H_0: $\mu_1 = \mu_2$ alternativa H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$

- před testem je nutné provést oboustranný F-test rovnosti rozptylu
- předpoklad nezávislosti obou výběrů

2 nezávislé soubory:

$N(\mu_1, \sigma_1^2)$ výběr n_1 prvků $\rightarrow \bar{x}_1$ a s_1^2
$N(\mu_2, \sigma_2^2)$ výběr n_2 prvků $\rightarrow \bar{x}_2$ a s_2^2

společná směrodatná odchylka

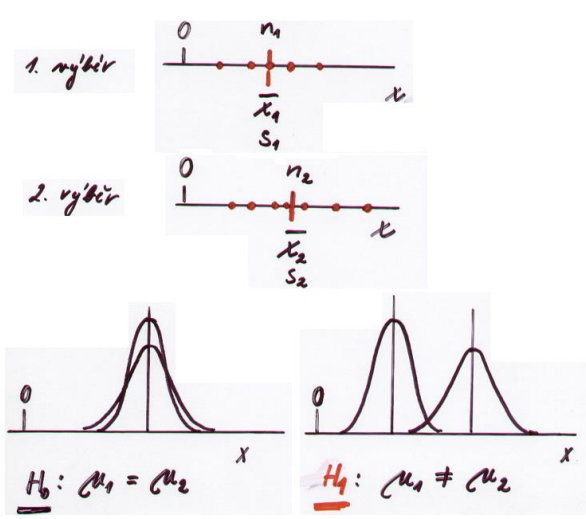
$$s_{12} = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)s_1^2 + (n_2 - 1)s_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$$

$$\boxed{TK = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_{12}} \sqrt{\frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2}}}$$

pokud $|TK| > t_{(\frac{\alpha}{2}, n_1 + n_2 - 2)}$

hypotézu H_0 zamítáme

$t_{(\frac{\alpha}{2}, n_1 + n_2 - 2)}$ je oboustranná kritická hodnota Studentova rozdělení pro hladinu významnosti α a $n_1 + n_2 - 2$ stupňů volnosti



Příklad: Uvažujme dvě nádrže s bělícím prostředkem obsahujícím chlór. Z každé nádrže byl proveden náhodný výběr vzorků a analýza obsahu chlóru v g/l. Existuje podstatný rozdíl v obsahu chlóru v obou nádržích? Hladina významnosti = 0,05.

nádrž č. 1:	$n_1 = 25$	$\bar{x}_1 = 34{,}48$ g/l	$s_1^2 = 1{,}748$
nádrž č. 2:	$n_2 = 10$	$\bar{x}_2 = 35{,}59$ g/l	$s_2^2 = 1{,}712$

nejprve test $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$

$$\boxed{TK = F = \frac{s_1^2}{s_2^2} = \frac{1{,}748}{1{,}712} = 1{,}021}$$

$TK < F_{(0{,}025;\,24;\,9)}$

$1{,}021 < 3{,}61$ hypotézu $\sigma_1^2 = \sigma_2^2$ nelze zamítnout

test hypotézy $\mu_1 = \mu_2$

$$|TK| = \frac{|34{,}48 - 35{,}59|}{1{,}318}\sqrt{\frac{25 \cdot 10}{25 + 10}}$$
$$= 2{,}251 > t_{(0{,}025,\,33)} =$$
$$= 2{,}251 > 2{,}034$$

$$s_{12} = \sqrt{\frac{(25-1)1{,}748 + (10-1)1{,}712}{25 + 10 - 2}}$$
$$= 1{,}318$$

hypotézu $\mu_1 = \mu_2$ lze zamítnout

Dvouvýběrový t-test rovnosti středních hodnot (verze pro $\sigma_1^2 \neq \sigma_2^2$)

(angl. *two-sample t-test*)

testování hypotézy H_0: $\mu_1 = \mu_2$ alternativa H_1: $\mu_1 \neq \mu_2$

- před testem je nutné provést oboustranný F-test rovnosti rozptylu
- předpoklad nezávislosti obou výběrů

2 nezávislé soubory:

$N(\mu_1, \sigma_1^2)$ výběr n_1 prvků $\rightarrow \bar{x}_1$ a s_1^2
$N(\mu_2, \sigma_2^2)$ výběr n_2 prvků $\rightarrow \bar{x}_2$ a s_2^2

společná směrodatná odchylka

$$s_{12} = \sqrt{\frac{s_1^2}{n_1} + \frac{s_2^2}{n_2}}$$

$$\boxed{TK = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{s_{12}}}$$

pokud $|TK| > \dfrac{\frac{s_1^2}{n_1} t_{(\frac{\alpha}{2}, n_1 - 1)} + \frac{s_2^2}{n_2} t_{(\frac{\alpha}{2}, n_2 - 1)}}{s_{12}^2}$

hypotézu H_0 zamítáme

Párový t-test rovnosti středních hodnot (angl. *paired t-test*)

- např. porovnání dvou metod pomocí analýzy více než dvou vzorků nebo test vlivu léku před a po aplikaci u stejných (více než 2) pacientů

2 závislé soubory měření:

metoda A $N(\mu_1, \sigma_1^2)$ n_1 analýz $(x_{A1}, x_{A2}, x_{A3}, x_{A4}, x_{A5}, \ldots, x_{An})$
metoda B $N(\mu_2, \sigma_2^2)$ n_2 analýz $(x_{B1}, x_{B2}, x_{B3}, x_{B4}, x_{B5}, \ldots, x_{Bn})$ $n_1 = n_2$

zkonstruujeme náhodnou veličinu $D = X_a - X_b$ s rozdělením $N(0, \sigma^2)$

testování hypotézy H_0: $\mu_D = 0$ alternativa H_1: $\mu_D \neq 0$

$$TK = \frac{\overline{D} - 0}{s_D}\sqrt{n}$$

pokud $|TK| > t_{(\alpha/2,\, n-1)}$

hypotézu H_0 zamítáme

$t_{(\alpha/2,\, n-1)}$ je oboustranná kritická hodnota Studentova rozdělení pro hladinu významnosti α a $n-1$ stupňů volnosti

Příklad: Při stanovení niklu v posluchačských laboratořích je při analýze neznámých vzorků použita gravimetrická a komplexometrická analýza. Poskytují tyto dvě metody v průměru stejné výsledky? Svůj úsudek proveďte na základě výsledků uvedených ve studentském protokolu a hladině významnosti 0,05.

	gravimetrie	titrace	*D*
1. měření	6,23	6,48	–0,25
2. měření	5,45	5,83	–0,38
3. měření	9,65	9,46	0,19
4. měření	6,36	6,51	–0,15
5. měření	7,16	7,43	–0,27

$\overline{D} = -0{,}172$
$s_D = 0{,}2182$

testování hypotézy H_0: $\mu_D = 0$ alternativa H_1: $\mu_D \neq 0$

$$TK = \frac{-0{,}172}{0{,}2182}\sqrt{5} = -1{,}76$$

$|-1{,}76| < t_{(0{,}025,\, 5-1)}$
$|-1{,}76| < 2{,}776$
hypotézu H_0 nelze zamítnout

$t_{(\alpha/2,\, n-1)}$ je oboustranná kritická hodnota Studentova rozdělení pro hladinu významnosti α a n-1 stupňů volnosti

použití dvouvýběrového t-testu pro závislé soubory

→ zpravidla zcestné závěry

použití párového t-testu pro nezávislé soubory

→ nedochází k podstatnému zkreslení výsledků

	gravimetrie	titrace	delta
1. měření	6,23	6,48	-0,25
2. měření	5,45	5,83	-0,38
3. měření	9,46	9,65	-0,19
4. měření	6,36	6,51	-0,15
5. měření	7,16	7,43	-0,27
průměr	6,93	7,18	-0,248
odchylka	1,54	1,49	0,088

řešení dvouvýběrovým t-testem

$$TK = \frac{6{,}93 - 7{,}18}{1{,}52}\sqrt{\frac{5 \cdot 5}{5+5}} = -0{,}260$$

$$t_{krit(0{,}025;8)} = 2{,}306$$

$|TK| < t_{krit}$ hypotézu $\mu_1 = \mu_2$ nezamítáme

řešení párovým t-testem

$$TK = \frac{-0{,}248}{0{,}088}\sqrt{5} = -6{,}311$$

$$t_{krit(0{,}025;4)} = 2{,}776$$

$|TK| > t_{krit}$ hypotézu $\mu_1 = \mu_2$ zamítáme

Konec