

D.Ú. z 2. cvičení - VZOROVÉ ŘEŠENÍ

① $f(x) = \log_{10}(x+1)$

podmínky: $x+1 > 0$
 $x > -1$

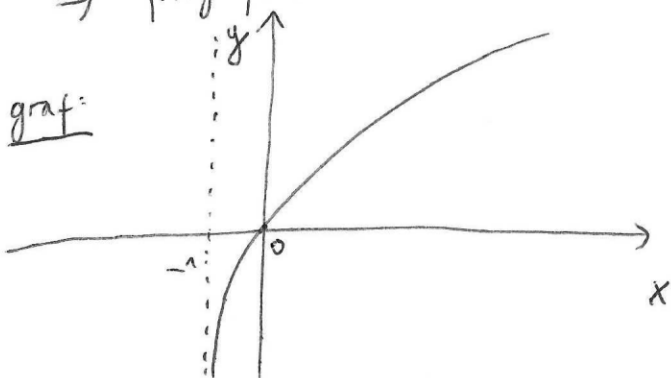
tedy $D(f) = (-1, \infty)$

graf: jako $\log_{10}(x)$, ale posunutí o 1 doleva

průsečky s osami: Když $x=0$, tak $\log_{10}(0+1) = 0 \Rightarrow$ průsečík $[0,0]$

kdy se $\log_{10}(x+1) = 0$? Jedině pro $x+1=1$, takže $x=0$

\Rightarrow jiný průsečík není



Funkční hodnoty: $f(0) = \log_{10}(0+1) = 0$

$f(9) = \log_{10}(10) = 1$

$H(f) = \mathbb{R}$ (podle grafu)

Pro která x je $f(x) \geq 2$?

$\log_{10}(x+1) \geq 2 \quad | 10^x$

$x+1 \geq 100$

$x \geq 99$

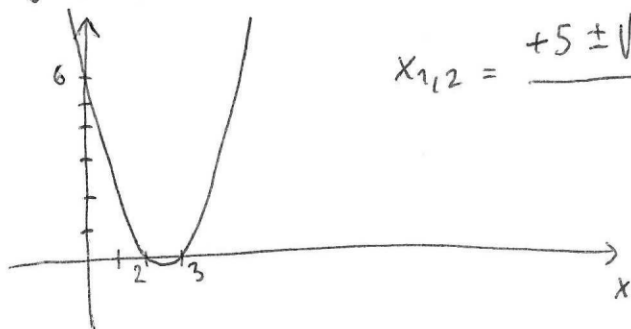
Je to pro $x \geq 99$.

② $f(x) = x^2 - 5x + 6$

$D(f) = \mathbb{R}$

Kdy $f(x) = 0$?

$0 = x^2 - 5x + 6$ řešíme kvadratickou rovnici



$x_{1,2} = \frac{+5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 6}}{2} = \frac{5 \pm 1}{2} = \begin{cases} 3 \\ 2 \end{cases}$

$f(0) = 6$

Průsečíky $[3,0]$, $[2,0]$, $[0,6]$

graf je parabola

o parabole víme, že minimum nabývá uprostřed mezi nulovými body,

tj v našem případě pro $f(2,5) = f(\frac{5}{2}) = \frac{25}{4} - 5 \cdot \frac{5}{2} + 6 = \frac{25}{4} - \frac{50}{4} + \frac{24}{4} = -\frac{1}{4}$

Proto $H(f) = \left(-\frac{1}{4}, \infty\right)$

Dále z grafu vidíme, že $f(x) < 0$ pro $x \in (2, 3)$.

$$f(0) = 0^2 - 5 \cdot 0 + 6 = 6$$

$$f(-1) = (-1)^2 - 5 \cdot (-1) + 6 = 1 + 5 + 6 = 12$$

Pro která x je $f(x) = 2$? Řešíme rovnici $x^2 - 5x + 6 = 2$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{5 \pm \sqrt{25 - 4 \cdot 4}}{2} = \frac{5 \pm 3}{2} = \begin{matrix} 4 \\ 1 \end{matrix}$$

Závěr: $f(x) = 2$ pro $x \in \{1, 4\}$.

③ $f(x) = \ln(-x)$ podmínka: $-x > 0$
 $0 > x$

tedy $D(f) = (-\infty, 0)$.

$H(f) = \mathbb{R}$ (jako u $\ln(x)$)

Průsečíky s osami: 0 není v definičním oboru \Rightarrow nemá průsečík s osou y

Kdy $\ln(-x) = 0$?

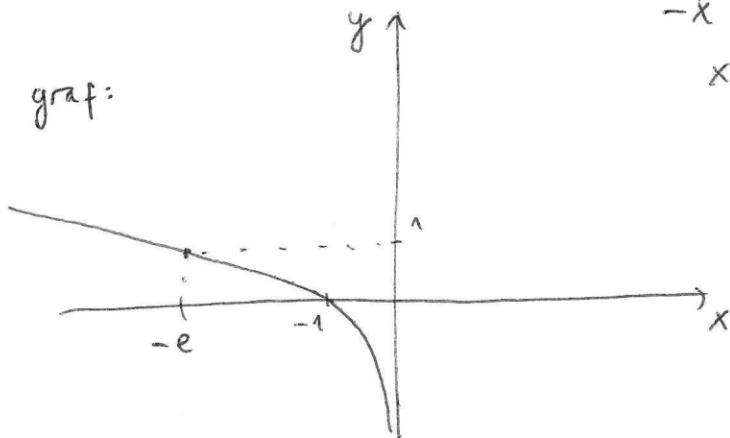
$$\ln(-x) = 0 \quad | e^x$$

$$-x = 1$$

$$x = -1$$

průsečík $[-1, 0]$

graf:



tedy $f(-1) = 0$

$$f(-e) = \ln(e) = 1$$

Pro která x je $f(x) = 2$? Řešíme rovnici: $\ln(-x) = 2 \quad | e^x$

$$-x = e^2$$

$$x = -e^2$$

Hodnota $f(x) = 2$ je pro $x = -e^2$.

4

$$f(x) = 10^{x+2}$$

$$\underline{D(f) = \mathbb{R}}$$

$$f(0) = 10^2 = 100$$

$$f(1) = 10^3 = 1000$$

$$f(-3) = 10^{-1} = \frac{1}{10}$$

Pro která x je $f(x) = 0$?

$$10^{x+2} = 0 \quad \text{nikdy nenastane}$$

\Rightarrow průsečík s osami pouze $[0, 100]$

Pro která x je $f(x) \leq 1$?

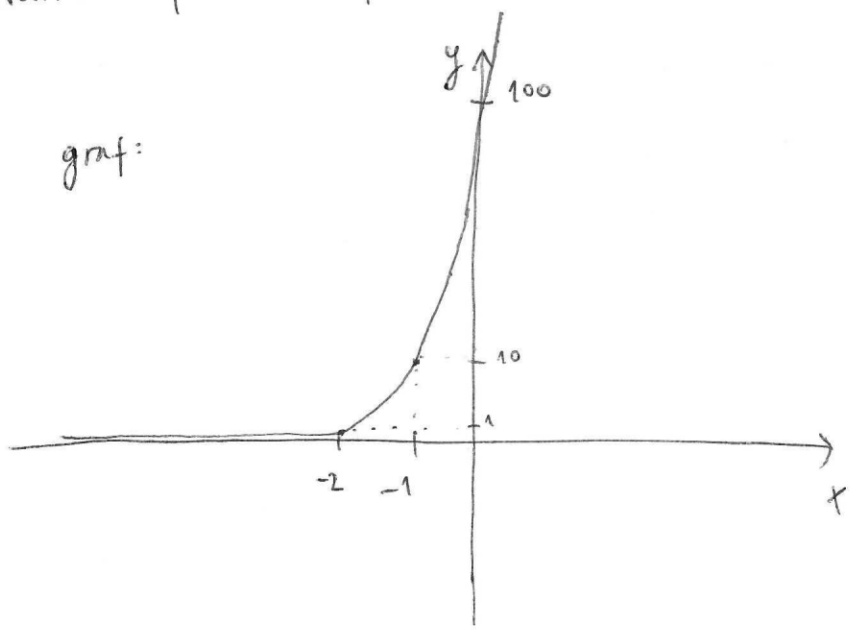
$$\text{Řešíme } 10^{x+2} \leq 1 \quad | \log_{10}$$

$$x+2 \leq 0$$

$$x \leq -2$$

Máme: $f(x) \leq 1$ pro $x \leq -2$.

graf:



$$\underline{H(f) = (0, \infty)}$$