

Domácí úkol - 9. série

1. Buď $P : H \rightarrow H$ ortogonální projekce v Hilbertově prostoru. Ukažte, že $\sigma(P) = \{0, 1\}$.
2. Mějme operátor $T : C([0, 1]) \rightarrow C([0, 1])$ daný předpisem

$$(Tf)(x) = \int_0^1 (t - x)f(t)dt.$$

Určete normu a bodové spektrum tohoto operátoru. Můžete něco říct o celém spektru?

3. Mějme operátor $L : C([0, 2]) \rightarrow C([0, 2])$ daný předpisem

$$(Lf)(x) = \int_0^x e^t f(t)dt + 2f(x).$$

Určete bodové spektrum tohoto operátoru.

4. Mějme operátor $S : \ell^2 \rightarrow \ell^2$, $S(x) = (x_2, x_1, x_4, x_3, x_6, x_5, \dots)$. Určete, zda je samoadjungovaný, určete jeho normu a spektrum, popište příslušné vlastní vektory.