

Domácí úkol - 8. série

1. Sestrojte Fourierovu řadu funkce $f(x) = e^x, x \in \langle -\pi, \pi \rangle$. Pomocí tohoto výsledku určete

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{1+n^2} \quad \text{a také} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+n^2}.$$

2. Uvažujte tlumené kmitání s budící 2π -periodickou silou, kde $\omega > 0$ je příslušná netlumená perioda, $\zeta > 0$ je tlumící koeficient

$$y'' + 2\omega\zeta y' + \omega^2 y = f(t).$$

Ukažte, že pro libovolnou spojitou 2π -periodickou funkci f existuje 2π -periodické řešení této rovnice.

3. Buď $f \in C(0, \pi)$. Rozhodněte a zdůvodněte, zda existuje vždy právě jedno řešení následující okrajové úlohy?

$$y'' - 9y = f(x), \quad y'(0) = y'(\pi) = 0.$$