

## Domácí úkol - 10. série

1. Sestrojte Fourierovu řadu funkce  $f(x) = e^x, x \in \langle -\pi, \pi \rangle$ . Pomocí tohoto výsledku určete

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{1+n^2} \quad \text{a také} \quad \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+n^2}.$$

2. Uvažujte tlumené kmitání s budící  $2\pi$ -periodickou silou, kde  $\omega > 0$  je příslušná netlumená perioda,  $\zeta > 0$  je tlumící koeficient

$$y'' + 2\omega\zeta y' + \omega^2 y = f(t).$$

Ukažte, že pro libovolnou spojitou  $2\pi$ -periodickou funkci  $f$  existuje  $2\pi$ -periodické řešení této rovnice.

3. Buď  $f \in C(\langle 0, \pi \rangle)$ . Rozhodněte a zdůvodněte, zda existuje vždy právě jedno řešení následující okrajové úlohy?

$$y'' - 4y = f(x), \quad y'(0) = y'(\pi) = 0$$