Domácí úkol - 4. série

1. Kdo byl nejstarší Wallace, Jorgen, Erhard, nebo Alston?

2. Najděte řešení přeurčené soustavy $\mathbf{Ax} = \mathbf{b}$ ve smyslu nejmenších čtverců

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 2 & 1 \\ -2 & 1 \\ 2 & -1 \end{pmatrix} \qquad \mathbf{b} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 3 \\ 0 \end{pmatrix}$$

   Spočtěte normu rezidua $||\mathbf{A}\tilde{\mathbf{x}} - \mathbf{b}||$.

3. (a) Jsou dány vektory $(3, 4, 0)$, $(1, -2, 1)$. Gramovým-Schmidtovým ortogonalizačním procesem najděte systém dvou ortonormálních vektorů ležící ve stejné rovině jako dané vektory.

   (b) S pomocí vhodného software určete QR rozklad matice

$$\begin{pmatrix} 3 & 1 & 0 \\ 4 & -2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

   zkontrolujte si tak výsledek předchozího.

4. Dokažte, že pro symetrickou matici platí: Vlastní vektory příslušné různým vlastním číslům jsou navzájem kolmé.

5. Určete úhel φ tak, aby

$$\begin{pmatrix} \cos\varphi & \sin\varphi \\ -\sin\varphi & \cos\varphi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -\sqrt{3} \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ \sqrt{12} \end{pmatrix}.$$

   (Ano, opravdu chci znulovat první složku.)