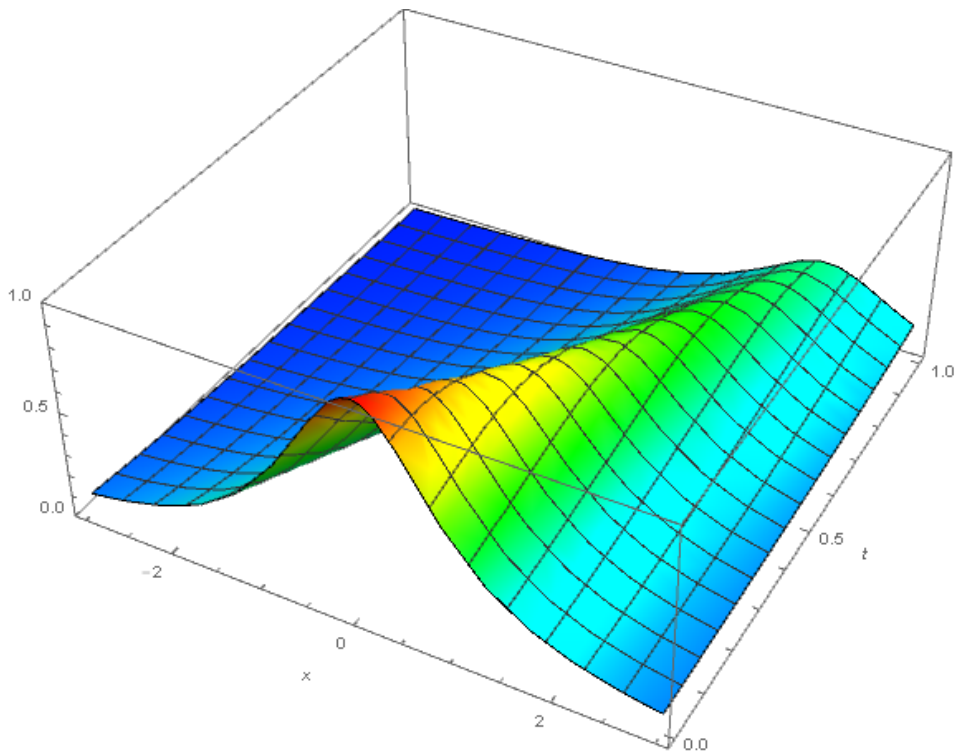
Počáteční úloha pro lineární rovnici prvního řádu, transportní rovnice s rozpadem

$$u_t + 2u_x = -u, \qquad (x,t) \in \mathbf{R}^2 \tag{1}$$

$$u(x,0) = \frac{1}{1+x^2}, \quad x \in \mathbf{R} \tag{2}$$

a její řešení

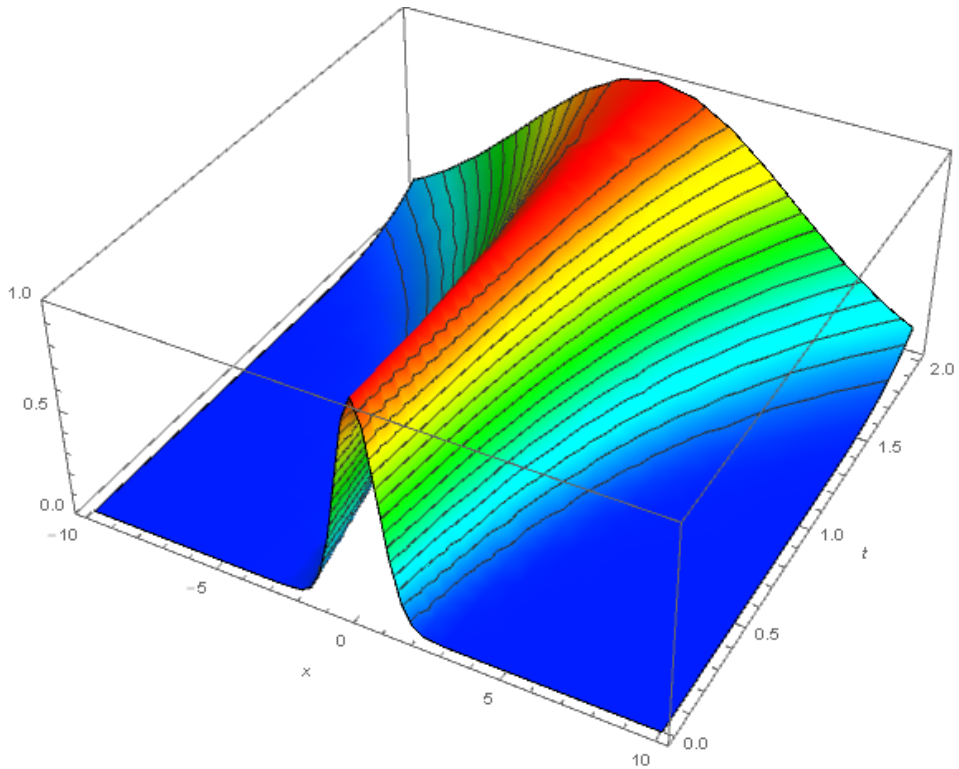
$$u(x,t) = \frac{\mathrm{e}^{-t}}{1+(x-2t)^2}, \ (x,t) \in \mathbf{R}^2$$



Počáteční úloha pro lineární rovnici prvního řádu s nekonstantními koeficienty

$$u_t + xu_x = 0, \qquad (x,t) \in \mathbf{R}^2 \tag{3}$$

$$u(x,0) = \mathrm{e}^{-x^2}, \quad x \in \mathbf{R} \tag{4}$$

a její řešení (charakteristiky jsou křivky $x = C \cdot \mathrm{e}^t$)

$$u(x,t) = \mathrm{e}^{-(x^2 \cdot \mathrm{e}^{-2t})}, \ (x,t) \in \mathbf{R}^2$$