

Domácí úkol č. 8

1. Pro Neumannovu úlohu v 1D

$$\begin{aligned}u''(x) &= f(x), \quad x \in \langle 0, 2 \rangle, \\u'(0) &= 2, \quad u'(2) = 1,\end{aligned}$$

- odvoďte podmínku kompatibility pro f .
- určete všechna řešení pro spec. volbu $f(x) = e^x - \frac{e^2}{2}$.

2. Uvažujme úlohu pro nelineární vedení tepla v $\Omega \subset \mathbb{R}^d$

$$\begin{aligned}-\operatorname{div}(k(u)\nabla u) &= f \text{ v } \Omega, \\u &= \varphi \text{ na } \partial\Omega,\end{aligned}$$

kde $k > 0$ je daná funkce. Definujme $K(s) = \int_0^s k(t)dt$, $T = K(u)$, (Kirchhoffova transformace).

Odvoďte lineární úlohu (nezapomeňte na okrajovou podmínku), kterou splňuje nová neznámá funkce $T(x) = K(u(x))$, rozmyslete dále, že K^{-1} existuje, správné řešení vizte na slidech.