Domácí úkol č. 1

1. Uvažujte Maxwellovy rovnice ve vakuu ve tvaru:

$$\operatorname{div} \vec{E} = \frac{\rho}{\epsilon_0} \tag{1}$$

$$\operatorname{div} \vec{B} = 0 \tag{2}$$

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \tag{3}$$

$$\operatorname{rot} \vec{B} = \mu_0 \Big(\vec{J} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \Big), \tag{4}$$

   kde $\vec{B}$ je vektor magnetické indukce, $\vec{E}$ vektor elektrické intenzity,
   ρ rozložení elektického náboje a $\vec{J}$ hustota elektrického proudu
   Odvoďte pro případ $\rho \equiv 0$, $\vec{J} = \sigma \vec{E}$ tzv. telegrafní rovnici pro $\vec{E}$.

2. Dosazením do rovnice ukažte, že funkce $u(x, y) = xy + x^2 - y^2$ je na $\mathbb{R}^2$ řešením rovnice

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0.$$

3. Dosazením do rovnice ukažte, že funkce $u(x, t) = F(x + 2t) + F(x - 2t) + t^2$ je pro libovolnou funkci $F \in C^2(\mathbb{R})$ řešením rovnice

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - 4 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 2$$

   na celém $\mathbb{R}^2$. *HINT: Připomeňte si řetízkové pravidlo.*

4. Pokud jste tak ještě nečinili v jiných předmětech, ověřte výpočtem za předpokladu dostatečné hladkosti vektorové identity

$$\operatorname{rot}(\nabla f) = \vec{0}, \qquad \operatorname{div}\big(\operatorname{rot} \vec{f}\big) = 0,$$

$$\operatorname{rot}\big(\operatorname{rot} \vec{f}\big) = \nabla\big(\operatorname{div} \vec{f}\big) - \Delta \vec{f}.$$