Vlastnosti bodových množin v $\mathbb{R}^n$

Připomeň okolí, otevřené a uzavřené množiny, hranici množiny.

1. Je dán bod $A = [-1, 1]$. Načrtněte okolí $\mathcal{O}_{\frac{1}{2}}(A)$.

2. Načrtněte množiny $(0, 4) \times (-2, 3)$ a $\langle 0, 4\rangle \times \langle -2, 3\rangle$.

3. Určete vnitřek a hranici množiny M. Rozhodněte, zda je množina M otevřená, příp. uzavřená.

   (a) $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + y^2 \leq 4,\ x \neq y\}$
   (b) $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 2x + y \geq 0\}$
   (c) $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 0 < xy < 1\}$
   (d) $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, \mathrm{e}^x + y^2 > 0\}$
   (e) $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + y^2 > 0\}$
   (f) $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^2 + 4y^2 \leq 4,\ |x| > 1\}$

Větička: Je-li f spojitá a definovaná na celém $\mathbb{R}^2$, pak je množina $G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, f(x, y) > 0\}$ otevřená a množina $F = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, f(x, y) \geq 0\}$ uzavřená.

Připomeň pojmy konvexní, obloukově souvislé a omezené množiny.

4. Načrtněte množinu, určete, zda je otevřená, uzavřená, konvexní, obloukově souvislá, resp. omezená.

   (a) $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, xy > 0\}$
   (b) $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 3x + 2y \geq 2\}$
   (c) $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 1 < x^2 + y^2 < 4\}$
   (d) $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, 3x + 2y > 2,\ y \geq 0\}$
   (e) $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x < \mathrm{e}^y\}$
   (f) $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, y^2 + \sqrt{x} > 0\}$
   (g) $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^2 - \frac{y^2}{4} \geq 1\}$
   (h) $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x^2 \geq y^2,\ y \geq -1\}$
   (i) $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2, x > y^2,\ 2 + y \geq |x + 1|\}$
   (j) $M = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2, \dfrac{x^2 + y}{x} \geq 0\right\}$
   (k) $M = \left\{(x, y) \in \mathbb{R}^2, \dfrac{1 + x^2}{y} \geq y\right\}$

5. Tabulka vlastnosti

6. Určete a načrtněte přirozený definiční obor funkcí

   (a) $f(x, y) = \operatorname{tg}(y + x)$

   (b) $f(x, y) = \dfrac{1}{\arcsin(2x + y)}$

   (c) $f(x, y, z) = \sqrt{9 - x^2 - y^2 - z^2}$

   (d) $f(x, y) = \dfrac{\arccos(x)}{\ln(xy)}$

   (e) $f(x, y) = \sqrt{\dfrac{x - \operatorname{arccotg} y}{y - 2^x}}$