1. Vyšetřete průběh funkce
$$f(x) = x + \mathrm{e}^x.$$
Rozmyslete si, že dané funkci existuje funkce inverzní (načrtněte zhruba její graf) a uvědomte si potíže, při získávání jejího předpisu.

Implicitně zadané funkce jedné proměnné

Připomeň podstatu implicitního zadání funkce pomocí rovnice (vrstevnice F - graf f). Připomeň Větu o implicitní funkci.

2. Určete, zda rovnice na okolí bodu A definuje implicitně funkci $y = f(x)$.
   (a) $x^2 - y^2 = 0$, $A = (0, 0)$,
   (b) $x^2 - y^2 = 0$, $A = (1, -1)$,
   (c) $x^2 + y^2 - \ln y = 2$, $A = (1, 1)$,
   (d) $x^2 + xy + y^3 = 3$, $A = (1, 1)$,
   (e) $x^3 - y^3 = 0$, $A = (0, 0)$,

3. V následujících příkladech je na okolí bodu A rovnicí implicitně zadána funkce jedné proměnné $y = f(x)$. Určete první a druhou derivaci f v příslušném bodě. Načrtněte na okolí graf.
   (a) $x - y - \mathrm{e}^y = 0$, $A = (1, 0)$, $y''(1)=-1/8$
   (b) $x^2(4 - y) - y^3 = 0$, $A = (-2, 2)$, $y'(2)=-1/2$
   (c) $\sin y + y^2 - \ln x = 0$, $A = (1, 0)$, $y'(1)=1, y''(1)=-3$
   (d) $\mathrm{e}^{xy} - y^2 + x^3 = 0$, $A = (0, 1)$,

4. Určete tečnu ke křivce zadané rovnicí v bodě A.
   (a) $x \sin y - \cos y + x = 2$, $A = (1, \frac{\pi}{2})$, $y-\pi/2=-2x+2$
   (b) $x + \cos x - 4 \operatorname{arctg} y - y^3 = -2$, $A = (\pi,1)$
   (c) $x - \mathrm{e}^{xy} + y = 0$, $A = (1, 0)$

5. Určete lokální extrémy funkce definované implicitně rovnicí
$$x^2y^3 + y - 3 = 0.$$

6. Určete tečny ke kružnici $x^2 + y^2 - 3xy + 1 = 0$, rovnoběžné s přímkou $x + y = 0$.

Implicitně zadané funkce dvou proměnných

7. Ověřte, že rovnice $xz^5 + \ln(\frac{x}{y}) + \sqrt{zy^4} = 0$ na okolí bodu $A = (-1, -1{,}1)$ definuje implicitně funkci $z = f(x{,}y)$.

8. Ověřte, že rovnice $x \ln z - yz = 0$ na okolí bodu $A = (2{,}0{,}1)$ definuje implicitně funkci $z = f(x{,}y)$.

9. Určete gradient funkce $z = f(x{,}y)$ v bodě $(2{,}1)$ definované na okolí bodu $(2{,}1, -1)$ rovnicí
$$z(x - y^2 + x^3y^2 + xz^2 = 9)$$

10. Rovnice $\mathrm{e}^z + x^2y + z + 5 = 0$ zadává na okolí bodu $(1, -6{,}0)$ funkci $z = g(x{,}y)$. Sestavte Taylorův polynom funkce g v bodě $(1, -6)$.

11. Rovnice $3xy + x^3 - \frac{3}{2}y^2 + z^3 + 3z = 0$ zadává na okolí bodu $(0{,}0{,}0)$ funkci $z = g(x{,}y)$. Rozhodněte, zda má funkce g v bodě $(0{,}0)$ lokální extrém, příp. sedlový bod.

12. Napište totální diferenciál teploty $T = T(p{,}V)$ na základě stavové rovnice
$$pV = RT + P(b - \frac{a}{RT^{3/2}}), \quad \text{kde } a, b, R \text{ jsou konstanty.}$$