

Funkce dvou proměnných

Připomeň pojem funkce dvou proměnných, graf, vrstevnice

1. Určete a načrtněte přirozený definiční obor funkcí

(a) $f(x, y) = \operatorname{tg}(y + x)$

(b) $f(x, y) = \frac{1}{\arcsin(2x + y)}$

(c) $f(x, y, z) = \sqrt{9 - x^2 - y^2 - z^2}$

(d) $f(x, y) = \frac{\arccos x}{\ln(xy)}$

(e) $f(x, y) = \sqrt{\frac{x - \operatorname{arccotg} y}{y - 2^x}}$

(f) $f(x, y) = \frac{1}{\log(2yx)}$

2. Určete přirozený definiční obor funkce f , určete a načrtněte vrstevnici procházející bodem A , resp. z_0 -vrstevnici.

(a) $f(x, y) = x^2 + 2y$, $z_0 = 2$, $z_0 = 0$

(b) $f(x, y) = -xy$, $A = (-1, 1)$, $A = (0, 1)$

(c) $f(x, y) = \frac{1}{x^2 + 4y^2 + 2 + 2x}$, $A = (-1, -1)$

(d) $f(x, y) = \sqrt{y - \frac{x^2}{y}}$, $A = (-1, 1)$, $A = (0, 4)$

(e) $f(x, y) = \frac{x + y}{x - y}$, $A = (2, 0)$, $A = (0, -1)$

3. Určete limity, pokud existují

(a) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,1)} \frac{\sin^2 x - \cos y}{x + y}$

(b) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{x^2 y^2}{x^2 + y^2}$

(c) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \sqrt{\frac{xy}{x^2 + y^2}}$

(d) $\lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \sqrt{\frac{x^2 y}{x^4 + y^2}}$

$$(e) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \sqrt{\frac{y-x^2}{x+y}}$$

Zobrazení a jejich skládání

4. Určete a načrtněte definiční obor zobrazení F .

$$(a) F(x, y) = \left[\sqrt{2 - x^2 - 2y^2}, \ln(xy) \right]$$

$$(b) F(x, y) = \left[\arcsin(2x + y), \frac{\operatorname{tg} x}{y} \right]$$

5. Uvažte zobrazení f, g , najděte předpis pro složené zobrazení $F = f \circ g$. Vyčíslete F v počátku.

$$(a) f(u, v) = 2u^2 + v^2 - 1, \vec{g}(x) = [\ln(x + 1), x^2]$$

$$(b) f(u, v, w) = \frac{v - w}{u + v}, \vec{g}(x, y) = [e^x, e^y, \ln 2]$$

$$(c) \vec{f}(x, y) = \left[\frac{x}{1 + y}, \frac{y}{x} \right], \vec{g}(t) = [\operatorname{arccotg} t, t^2]$$