9. série

1. Spočtěte křivkový integrál vektorového pole $\vec{F}(x,y) = (\mathrm{e}^x - y, x^2 y)$ podél obvodu trojúhelníka s vrcholy $A = [0,0]$, $B = [1,0]$, $C = [0,2]$. Oběh volte po směru hodinových ručiček.

2. Ověřte, že funkce $U(x,y) = 3y\sqrt[3]{x} + 2x\sqrt{y^2+1}$ je v oblasti $G = \{(x,y) \in \mathbb{R}^2,\ x > 0\}$ potenciálem vektorového pole

$$\vec{F}(x,y) = \left(\frac{2\sqrt{y^2+1}\sqrt[3]{x^2} + y}{\sqrt[3]{x^2}},\ \frac{2xy + 3\sqrt{y^2+1}\sqrt[3]{x}}{\sqrt{y^2+1}} \right).$$

   Pomocí potenciálu U spočtěte integrál $\int_{\mathcal{K}} \vec{F} \cdot \mathrm{d}\vec{r}$, kde $\mathcal{K}$ je oblouk $y = x^2 - 4x + 3$, $x \in \langle 1, 3 \rangle$ orientovaný souhlasně s rostoucím x.

3. Ověřte, že je dané pole $\vec{F}$ potenciální a určete jeho potenciál U tak, aby hodnota potenciálu v počátku byla 1.

   (a) $\vec{F}(x,y) = \left(\frac{2x(1-\mathrm{e}^y)}{(1+x^2)^2},\ \frac{\mathrm{e}^y}{1+x^2} \right)$,