6. série

1. Pro funkci $f(x,y) = \ln(y) + g_1(y \sin x) - g_2(xy)$, kde $g_1,\ g_2 \in C^2(\mathbb{R})$, určete
   (a) $\frac{\partial f}{\partial x}(x,y)$,
   (b) $\frac{\partial f}{\partial y}(x,y)$,
   (c) $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(x,y)$,
   (d) pro speciální volbu $g_1(t) = g_2(t) = t^2$ určete $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(0,1)$.

2. Za předpokladu $F = F(a,b) \in C^2(\mathbb{R}^2)$ určete pro funkci $g(t) = F(t^3, \sqrt{t})$ definiční obor a první a druhou derivaci.

3. Určete Jacobiho matici zobrazení $F(x,y,z) = [\operatorname{arctg}(yz)+x^2, z+y\sin x, 2^{y-x+2z}]$ v bodě $A = (0,1,0)$.

4. Pro funkci $f(x,y,z) = x - G(xz, yz^3)$, kde $G = G(u,v) \in C^1(\mathbb{R}^2)$, napište totální diferenciál f v bodě $(0,1,1)$.

5. Je dána soustava nelineárních rovnic

$$\begin{aligned} 4y^2 - x^2 &= 1 \\ x - \mathrm{e}^{y+1} &= 0. \end{aligned}$$

   (a) Graficky určete počet řešení soustavy.
   (b) Použijte Newtonovu metodu s počáteční aproximací $(1,-1)$, určete první aproximaci.
   (c) Je možné soustavu řešit pomocí jednorozměrné Newtonovy metody z prvního semestru?