

5. série

1. Uvažujme funkci $f(x, y) = \ln(y^2 - x^2)$. Určete její definiční obor, najděte vrstevnici procházející bodem $A = (0, 1)$ a gradient v bodě $B = (1, \sqrt{2})$. Vše zakreslete do jednoho obrázku.¹
2. Je dána funkce $f(x, y) = \arctg\left(\frac{x + y - y^3}{y}\right)$ a bod $A = (1, 1)$.
 - (a) Určete přirozený definiční obor funkce.
 - (b) Určete vrstevnici procházející bodem A a spočtěte gradient funkce f v bodě A .
 - (c) Načrtněte vrstevnici a gradient do jednoho obrázku.
 - (d) Spočtěte $\frac{\partial^2 f}{\partial x \partial y}(A)$.
3. Uvažujme funkci $f(x, y) = \cos(x - \sqrt{y})$. Určete definiční obor. Spočtěte derivaci v bodě $A = (1, 1)$ ve směru jednotkového vektoru příslušnému vektoru $\mathbf{a} = (-1, 4)$.
4. Je dána funkce $f(x, y) = x^2 \cdot e^{\sqrt{y+1}}$ a bod $A = (1, 0)$
 - (a) Napište totální diferenciál funkce f v bodě A .
 - (b) Napište Taylorův polynom 1. stupně funkce f v bodě A .
 - (c) Napište rovnici tečné roviny ke grafu funkce f v bodě $(1, 0, z_0)$.

¹Povšimněte si, že gradient je v daném bodě kolmý na vrstevnici, to není náhoda...