4/1 a)

$$\det(M-\lambda E) = \begin{vmatrix} -4-\lambda & -17 \\ 2 & 2-\lambda \end{vmatrix} = (-4-\lambda)(2-\lambda) + 2\cdot 17 =$$

$$= \lambda^2 + 2\lambda - 2\cdot 4 + 2\cdot 17 = \lambda^2 + 2\lambda + 2\cdot 13 = (\lambda+1)^2 + 25 = 0$$

$$\lambda_{1,2} = -1 \pm 5i$$

$\lambda_1 = -1+5i$

$$(M-(-1+5i)E) \sim \begin{pmatrix} -4+1-5i & -17 \\ 2 & 2+1-5i \end{pmatrix} \sim \begin{array}{c} \begin{pmatrix} -3-5i & -17 \\ 2 & 3-5i \end{pmatrix} \end{array} \begin{array}{l} \cdot(-1) \\ \cdot(3+5i) \end{array} \sim$$

$$\sim \begin{pmatrix} 3+5i & 17 \\ 2(3+5i) & (3-5i)(3+5i) \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 3+5i & 17 \\ \cancel{2(3+5i)} & \cancel{34} \end{pmatrix} \qquad \underline{\vec{h}_1 = (-17, 3+5i)^T}$$

$$\lambda_2 = -1-5i \qquad \vec{h}_2 = (-17, 3-5i)^T$$

b) $$\det(M-\lambda E) = \det\begin{pmatrix} -\lambda & 0 & 1 \\ 0 & 4-\lambda & 0 \\ 1 & 0 & -\lambda \end{pmatrix} = (4-\lambda)\det\begin{pmatrix} -\lambda & 1 \\ 1 & -\lambda \end{pmatrix} =$$

$$= (4-\lambda)\cdot(\lambda^2-1) = 0$$

$$\lambda_1 = 4, \ \lambda_2 = 1, \ \lambda_3 = -1$$

$$\lambda_1 = 4 \quad (M-4E) \sim \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -4 \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{h}_1 = (0,1,0)^T$$

$$\lambda_2 = 1 \quad (M-E) \sim \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 0 & 3 & 0 \\ \cancel{1} & \cancel{0} & \cancel{-1} \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 0 & 3 & 0 \end{pmatrix}; \ \vec{h}_2 = (1,0,1)^T$$

$$\lambda_3 = -1 \quad M+E \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 0 \\ \cancel{1} & \cancel{0} & \cancel{1} \end{pmatrix} \sim \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 5 & 0 \end{pmatrix}; \ \vec{h}_3 = (1,0,-1)^T$$

4|2 τ: 2 SMĚROVÉ VEKTORY

$$\vec{u} = B - A = (-1, 1, 2)$$
$$\vec{v} = C - A = (0, 2, 2) = 2\cdot(0, 1, 1)$$

NORMÁLOVÝ $\vec{n} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{vmatrix} = \left(\begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 1 & 1 \end{vmatrix}, -\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 0 & 1 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \right) =$

$$= (-1, 1, -1)$$

$\tau: \ -x + y - z = -1$

---

p: SMĚROVÝ VEKTOR $Q - R = (2+1, \alpha - 2, 6-3) = (3, \alpha-2, 3)$

$$p: \begin{aligned} x &= -1 + 3t \\ y &= 2 + (\alpha-2)\cdot t \\ z &= 3 + 3t \end{aligned} \quad ; t \in R$$

$X \in p \cap \tau$

$$-(-1+3t) + (2 + (\alpha-2)\cdot t) - (3+3t) = -1$$
$$\underline{1} - 3t + \underline{2} + (\alpha-2)t \underline{-3} - 3t = -1$$
$$(\alpha - 8)\cdot t = -1$$

PRO $\alpha \neq 8$ PRÁVĚ JEDEN SPOL. BOD

RŮZNOBĚŽNÉ

$$\left(t = \frac{1}{8-\alpha}\right)$$

$$P = \left[-1 + \frac{3}{8-\alpha}, 2 + \frac{\alpha-2}{8-\alpha}, 3 + \frac{3}{8-\alpha}\right]$$

PRO $\alpha = 8$: $0 \neq -1$

NEMÁ ŘEŠENÍ $p \parallel \tau$ $(p \not\subset \tau)$

~~[illegible] POSTUP~~ $p \perp \tau$, je-li SMĚROVÝ VEKTOR p NÁSOBKEM NORMÁLOVÉHO VEKTORU τ

$$K(-1, 1, -1) = (3, \alpha-2, 3)$$

NASTANE PRO $\alpha - 2 = -3$

$$\boxed{\alpha = -1}$$

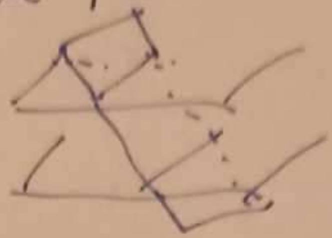
413 $A\vec{x}=\vec{b}$ V ŘÁDCÍCH A normálové vektory rovin

(I) $h(A)=h(A|b)=3$

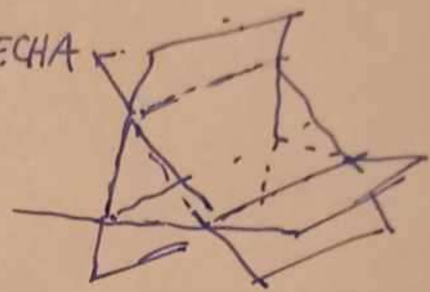
RŮZNOBĚŽNÉ ... 1 SPOLEČNÝ PRŮSEČÍK

(II) $h(A)=2$; $h(A|b)=3$

→ 2 ROVNOBĚŽNÉ, 3. S NIMI RŮZNOBĚŽNÁ



→ „STAN / STŘECHA"



(III) $h(A)=2$; $h(A|b)=2$

1 SPOLEČNÁ PRŮSEČNICE

(2 Z ROVIN MOHOU BÝT TOTOŽNÉ)

(IV) $h(A)=1$, $h(A|b)=2$

ROVNOBĚŽNÉ, ALESPOŇ 1 RŮZNÁ

(V) $h(A)=1$, $h(A|b)=1$ TOTOŽNÉ