4. série

1. Najděte vlastní čísla a příslušné vlastní vektory matic

   (a)
   $$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -4 & -17 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

   (b)
   $$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

2. V závislosti na hodnotě parametru $\alpha \in \mathbb{R}$ určete vzájemnou polohu přímky $p = \overleftrightarrow{RQ}$ a roviny $\tau = \overleftrightarrow{ABC}$, kde $A = [1, 0, 0]$, $B = [0, 1, 2]$, $C = [1, 2, 2]$, $R = [-1, 2, 3]$, $Q = [2, \alpha, 6]$. Určete také, pro jaké α je přímka kolmá k rovině.

3. Uvažujme tři roviny v prostoru zadané obecnými rovnicemi tvaru
   $$ax + by + cz = d,$$
   kde (a, b, c) je příslušný (nenulový) normálový vektor. Hledání jejich společných bodů odpovídá řešení nehomogenní soustavy tří rovnic pro tři neznámé $\vec{x} = (x, y, z)^T$ ve tvaru
   $$\mathbf{A} \cdot \vec{x} = \vec{\mathbf{b}}.$$
   Proveďte rozbor případů, které mohou nastat z hlediska hodností matic $\mathbf{A}$ a $(\mathbf{A}|\vec{\mathbf{b}})$ a řešitelnosti soustavy. Pokuste se případy popsat též geometricky, příp. s obrázkem.