

3. série MB

1. Řešte maticovou rovnici $\mathbf{A}^2\mathbf{X} = 3\mathbf{A}\mathbf{X} + 4(\mathbf{B} - \mathbf{E})$, kde

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Najděte vlastní čísla $\lambda \in \mathbb{C}$ a příslušné vlastní vektory matic

(a)

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} -4 & -17 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}.$$

(b)

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}.$$

3. Přímký p , q jsou dány parametrickými rovnicemi

$$\begin{array}{ll} p: & x = 1 + t, \\ & y = 2 + t, \\ & z = 1 + t, \quad t \in \mathbb{R}. \end{array} \quad \begin{array}{l} q: x = -1 + s \\ y = 1 - s \\ z = 1 - 3s, \quad s \in \mathbb{R} \end{array}$$

- (a) Ukažte, že jsou přímky p , q různoběžné. Určete jejich průsečík.
(b) Určete obecnou rovnici roviny ρ , v které obě přímky leží.

4. V závislosti na hodnotě reálného parametru k určete vzájemnou polohu rovin

$$\begin{array}{l} \alpha: 4x - ky + kz = 2, \\ \beta: -kx + y - z = 1. \end{array}$$

Určete jejich společné body.