

12. série - kruh 161

1. Spočítejte objem rotačního tělesa, které vznikne rotací omezeného obrazce ohraničeného grafem funkce $f(x) = x + \sin x$, $x \in \langle 0, \pi \rangle$, přímkou $x = \pi$ a osou x okolo osy x . Obrazec zhruba načrtněte.¹

2. Je dán určitý integrál $\int_0^1 \frac{5+x^2}{x^2+1} dx$. Spočítejte hodnotu integrálu

(a) přibližně pomocí lichoběžníkového pravidla ($h = 1$)

(b) přibližně pomocí lichoběžníkové metody s krokem $h = 0,5$

(c) přesně (pomocí primitivní funkce)

3. Rozhodněte, zda funkce $f(x) = x \cdot \ln x$, $x \in (0, \infty)$ řeší rovnici

$$2y'' + \frac{y}{x^2} = \frac{1+y'}{x}.$$

4. Je dána počáteční úloha $y' = y^2 + x$, $y(0) = 1$. Pro řešení úlohy napište Taylorův polynom 2. řádu v bodě $x_0 = 0$. (Návod: Použijte rovnici. Předpis pro řešení nenajdete.)

¹Správný výsledek integrace: $\frac{\pi^2}{6}(15 + 2\pi^2)j^3$