

Obyčejné diferenciální rovnice

Připomeň, co to je ODR

$$F(x, y, y', \dots, y^{(n)}) = 0.$$

a pojem řešení, připomeň řád rovnice.

1. Rozhodněte, zda je funkce $f(x) = \sin(x\sqrt{3}) + 3$ řešením rovnice $y'' + 3y = 9$.
2. Rozhodněte, zda je funkce $f(x) = -x + (x + 1)^3$ řešením rovnice $(y' + 1)^2 = 9(x + y)$.
(není)

Připomeň rovnice prvního řádu (rozřešené vzhledem k nejvyšší (první) derivaci) $y' = f(x, y)$. Věta o existenci a jednoznačnosti řešení. Geometrická interpretace. Role počáteční podmínky.

3. Napište rovnici tečny k partikulárnímu řešení počáteční úlohy

$$y' = 3 \cos^2 x \cdot (y^3 + 1), \text{ s počáteční podmínkou } y(\pi) = 0.$$

v bodě $T = [\pi, 0]$.

4. Určete partikulární řešení počáteční úlohy

$$y' = \frac{2}{x-1} - e^x, y(0) = 0.$$

Separace proměnných

$$y' = g(x) \cdot h(y)$$

Určete partikulární řešení rovnice s danou počáteční podmínkou

5. $y' = \frac{y-1}{x+1}, y(0) = -1$
6. $y' = xy^2 - x, y(0) = 0$
7. $y' = \frac{y^2+1}{2xy}, y(-1) = 1$
8. $y' = -\frac{x}{y}, y(1) = -3$

Určete obecné řešení rovnic

9. $y' = y^2$,

10. $y' = y \cos x$,

Lineární diferenciální rovnice prvního řádu

$$y' + a(x)y = b(x)$$

Struktura řešení, $y_{\text{ON}} = y_{\text{OH}} + y_{\text{P}}$, $y_{\text{OH}} = C \cdot \varphi(x) = C \cdot e^{-\int a(x)dx}$. Partikulární řešení nehomogenní rovnice variací konstanty

11. Určete obecné řešení rovnice $y' = y + x$.

12. Určete řešení rovnice $\frac{1}{2}y' = xy + x$, s počáteční podmínkou $y(0) = 7$.

13. Určete řešení rovnice $y' = \frac{y}{2} \cotg x - \cos x$, s počáteční podmínkou $y(\frac{\pi}{2}) = 2$. Proveďte zkoušku.