

Neurčitý integrál

0. Spočtěte první derivaci funkcí a upravte.

(a) $f(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{\cos(2x)}{2}$

(b) $f(x) = \ln(|x + 1|)$

(c) $f(x) = e^x + c$, c je konstanta

Pojem primitivní funkce

Je-li na intervalu $F'(x) = f(x)$, pak píšeme $\int f(x)dx = F(x)$
 F je primitivní funkcí k f . Tabulka 3.

Spočtěte

1. $\int 2x^2 - \cos x dx$

4. $\int \frac{3}{1+x^2} - 1 dx$

2. $\int \frac{x+x^4}{x^2} dx$

5. $\int \frac{1}{2^{x-1}}$

3. $\int \frac{1}{1+\cos(2x)} dx$

Substituční metoda

Je-li f spojitá na I , φ' spojitá na J , $\varphi(J) = I$, pak

$$\int f(\varphi(x))\varphi'(x)dx = \int f(t)dt|_{t=\varphi(x)}.$$

Spočtěte

6. $\int e^{\sin x} \cos x dx$

9. $\int \frac{1}{x^2+4} dx$

7. $\int \frac{\cos(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$

10. $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$

8. $\int \frac{1}{2-3x} dx$

11. $\int x\sqrt{x^2+2} dx$

Metoda per partes

Mají-li u a v spojité derivace na I , pak na I platí

$$\int u'(x) \cdot v(x) dx = u(x) \cdot v(x) - \int u(x) \cdot v'(x) dx$$

Spočtěte

12. $\int x \sin x dx$

14. $\int \operatorname{arctg} x dx$

13. $\int e^x \cos x dx$

Procvičování:

Spočtěte

15. $\int \cos(2x + \pi) dx$

19. $\int \frac{e^x}{e^x + 2} dx$

16. $\int x^2 \ln x dx$

20. $\int \frac{\sin(\pi - \sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx$

17. $\int \frac{2x}{1 + x^2} dx$

21. $\int x(x^2 - 2\sqrt{x}) dx$

18. $\int \sin^2 x dx$

22. $\int \arcsin x dx$